České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická

Diplomová práce

Reprezentace BRDF v počítačové grafice

Vypracoval: Martin Krahulík
Vedoucí práce: Ing. Jaroslav Sloup

ČVUT FEL, katedra počítačů
Praha, únor 2005

Anotace

BRDF (angl. Bidirectional Reflectance Distribution Function) jsou funkce, které se používají v počítačové grafice pro popis odrazu světla na povrchu těles tvořených různými druhy materiálů.

Náplní této diplomové práce je přehled reprezentací těchto funkcí. V práci jsou popsány nejčastěji používané osvětlovací modely. Nejdůležitější z nich byly implementovány v knihovně v jazyce C++ a dále byl naprogramován modelář pro interaktivní nastavování parametrů jednotlivých reprezentací, umožňující zobrazit základní geometrické objekty z materiálu popsaného pomocí modelovaného BRDF.

Program může sloužit jako výukový nástroj pro programátory počítačové grafiky, s jehož pomocí se mohou seznámit s principy osvětlovacích modelů a vyzkoušet si jejich vlastnosti a možnosti využití.

Annotation

BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function) are functions used in computer graphics for a description of a light reflection at a surface made from different materials.

The main goal of this work is to review the most often used representations of these functions. The most important illumination models are implemented in a library written in the language C++. There has been written a modeller for an interactive setting of parameters of the representations which enables to create a basic shapes from a material described by a BRDF.

The program can serve as a learning tool for programmers of a computer graphics. Using this program, the programmers can acquaint themselves with principles of the illumination models and try out their characteristics and possiblities of usage.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně za použití pouze uvedených zdrojů.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze, dne 26. ledna 2005

Martin Krahulík

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu této diplomové práce Ing. Jaroslavu Sloupovi za cenné rady a připomínky, které mi pomohly při její realizaci. Dále bych rád poděkoval svým rodičům a prarodičům za podporu, které se mi během celého studia dostávalo.

Obsah

1 Úvod **13**
- 1.1 Typy odrazu paprsku . . . 13
  - 1.1.1 Ideální zrcadlový odraz . . . 13
  - 1.1.2 Difúzní odraz . . . 14
  - 1.1.3 Reálný odraz . . . 15

2 Metody sledování paprsků a Monte Carlo integrace **16**
- 2.1 Historie ray tracingu . . . 16
  - 2.1.1 Utah models . . . 16
  - 2.1.2 Ray tracing . . . 16
  - 2.1.3 Monte Carlo metody . . . 16
- 2.2 Matematický základ Monte Carlo integrace . . . 17
- 2.3 Monte Carlo integrace . . . 17
  - 2.3.1 Vzorkování podle důležitosti (angl. Importance sampling) . . . 18
  - 2.3.2 Složené vzorkování (angl. Stratified sampling) . . . 19
  - 2.3.3 Vzorkování podle Latinské hyperkrychle (angl. Latin hypercube sampling, někdy též N-rooks sampling) . . . 19
  - 2.3.4 Kvazi-Monte Carlo metody . . . 19

3 BRDF **20**
- 3.1 Definice BRDF a omezující podmínky . . . 20
  - 3.1.1 Omezující podmínky . . . 21
- 3.2 Přehled modelů a jejich rozdělení . . . 21
  - 3.2.1 Některé důležité vlastnosti . . . 21
  - 3.2.2 Přehled modelů . . . 23
- 3.3 Izotropní modely . . . 24
  - 3.3.1 Phongův model . . . 24
  - 3.3.2 Schlickova aproximace . . . 26
  - 3.3.3 Lewisův model a vzorkování BRDF . . . 26
  - 3.3.4 Model pro kovové materiály (Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos) . . . 27
  - 3.3.5 Torrance a Sparrow a jeho modifikace . . . 28
  - 3.3.6 Cook a Torrance . . . 31
  - 3.3.7 Oren a Nayar . . . 31
  - 3.3.8 Shirley, Hu, Smits, Lafortune . . . 36
- 3.4 Anizotropní modely . . . 37
  - 3.4.1 Schlickův model - A Survey of Shading and Reflectance Models . . . 37
  - 3.4.2 Schlickův model - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering . . . 38
  - 3.4.3 Wardův model . . . 39
  - 3.4.4 Lafortune, Foo, Torrance, Greenberg . . . 40
  - 3.4.5 Ashikhmin, Shirley - Anizotropní Phongův model . . . 43
- 3.5 Vlnové modely . . . 45
  - 3.5.1 Gondek, Meyer, Newman . . . 45

4 Implementace programu **48**
- 4.1 Knihovní část . . . 48
  - 4.1.1 Transformace . . . 48
  - 4.1.2 Textový soubor popisující scénu . . . 49
  - 4.1.3 Ray tracing . . . 50
  - 4.1.4 Výpočet průsečíků paprsku s tělesy . . . 51
  - 4.1.5 Vykreslování scény . . . 52
  - 4.1.6 Popis tříd knihovny . . . 53
- 4.2 Grafické uživatelské rozhraní . . . 59
  - 4.2.1 Adaptivní generování sítě popisující tvar BRDF . . . 59

5 Popis ovládání **61**

6 Výsledky **63**
6.1 Měření rychlosti vykreslování . . . 63
6.2 Zhodnocení jednotlivých modelů . . . 66
6.2.1 Lambertův model . . . 66
6.2.2 Phongův model . . . 66
6.2.3 Lewisova úprava Phongova modelu . . . 66
6.2.4 Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos . . . 66
6.2.5 Torrance a Sparrow, Blinn . . . 69
6.2.6 Oren a Nayar . . . 69
6.2.7 Shirley, Hu, Smits, Lafortune . . . 69
6.2.8 Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models . . . 69
6.2.9 Schlick - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering . . . 74
6.2.10 Ward . . . 74
6.2.11 Ashikhmin, Shirley . . . 76

7 Závěr **78**

A Ward - hodnoty pro vybrané materiály **81**

Seznam obrázků

1 Ideální zrcadlový odraz. . . . 13
2 Odraz na rozhraní dvou prostředí. . . . 14
3 Difúzní odraz (zobrazení BRDF a odraz na povrchu koule v Lambertově modelu). . . . 15
4 Reálný odraz (zobrazení BRDF a odraz na povrchu koule ve Phongově modelu). . . . 15
5 Sledování paprsku. . . . 16
6 Povolené kombinace čtverců pro tři vzorky a vyznačení vzorků 19
7 Jednotková polokoule nad povrchem tělesa s vyznačením úhlů dopadajícího a odraženého paprsku. . . . 20
8 Izotropní odraz (anizotropní Phong, $n_x = n_y = 100$, $k_s = [0,4; 0,4; 0,4]$). . . . 21
9 Anizotropní odraz (anizotropní Phong, $n_x = 20$,$n_y = 400$ $k_s = [0,4; 0,4; 0,4]$). . . . 22
10 Kout s leštěnou podlahou pod úhly 45°, 70° a 85°. Podlaha je vytvořena pomocí modelu Shirley, Hu, Smits, Lafortune ($F(0) = 0,05$, $n = 50$). . . . 22
11 Polokoule konstruovaná pravidelným dělením 23
12 Úrovně konstrukce geodetické koule a její adaptivní verze 23
13 Označení vektorů a úhlů při odrazu paprsku světla. . . . 25
14 Útlum zrcadlového odrazu světla pro úhly α v závislosti na hodnotě parametru n. . . . 25
15 Phongův model - zobrazení průběhu funkce a odraz na povrchu kuželu ($n = 20$). . . . 25
16 Schlickova aproximace: vlevo funkce $\cos^n \alpha$, vpravo funkce $\frac{\cos\alpha}{n - n\cdot\cos\alpha + \cos\alpha}$. . . . 26
17 Phongův model a model ($n = 20$) Torrance a Sparrowa ($\mu = 8$, $\sigma = 10$) pro úhel dopadu 45°. 28
18 Phongův model a model ($n = 20$) Torrance a Sparrowa ($\mu = 8$, $\sigma = 10$) pro úhel dopadu 75°. 29
19 Vyznačení vektorů u modelu T&S. . . . 29
20 T&S: a) Odraz světla od povrchu b) Zastínění pozorovatele c)Zamaskování zdroje světla . 30
21 Oren a Nayar: a) CCD Snímek reálné vázy b) Lambertův model vázy c) Orenův a Nayarův model válce ($\rho = 2,85$, $\sigma = \pi/2$) d) Lambertův model válce. . . . 32
22 Vyznačení průmětů plošek na povrch tělesa a označení vektorů. . . . 32
23 Vzájemné působení mezi dvojicí plošek a) Stínění b) Maskování c) Vícenásobný odraz. . 33
24 Oren a Nayar: Průběh BRDF pro různé úhly dopadu při $\sigma = 40°$ a $\rho = 0,9$. . . . 35
25 Geometrický útlum pro různé hodnoty m: Vlevo Smithova $G(\theta)$, vpravo Schlickova aproximace. 38
26 Vyznačení vektorů a úhlů. . . . 39
27 Ukázka aproximace 1D funkce pomocí křivky Gaussova normálního rozdělení. . . . 40
28 a) Cosinový lalok v polárních souřadnicích pro úhly dopadu 0°, 30° a 60° ($n = 20$, $k_s = 0,2$, $k_d = 0,8$) b) Relativní pokles albeda směrově-difúzního výrazu v závislosti na úhlu dopadu. 41
29 Lokální souřadný systém odpovídající hlavním směrům anizotropie. . . . 41
30 a) Klasický cosinový lalok v polárních souřadnicích ($n = 20$, $k_s = 0,2$) se zobecněným difúzním členem ($n = 0,5$, $k_d = 0,8$) a s dodatečným zrcadlovým členem ($\rho_m = 0,4$). b) Pokles albed difúzního členu ρ_d a směrově difúzního členu ρ_s s postupným převládáním zrcadlového členuρ_m. 42
31 Polarizační geometrie a úhly dopadu světla. . . . 45
32 Úrovně konstrukce geodetické koule a její adaptivní verze. . . . 46
33 Komunikace mezi částmi programu. . . . 48
34 Souřadný systém. . . . 49
35 Aktualizace matic světového souřadného systému. . . . 49
36 Výpočet průsečíku kužele a paprsku. . . . 51
37 Segment vlnitého plechu. . . . 52
38 Dlaždicovité vykreslování fragmentu rastru okna (zelená - zásah objektu, červená - bez zásahu). 53
39 Schéma dědění tříd. . . . 54
40 Pravidelné dělení trojúhelníka (a), síť po třech pravidelných děleních (b) a síť po přesunu vrcholů do správných pozic (před adaptivním dělením) (c). . . . 59
41 Adaptivní dělení trojúhelníka. . . . 60
42 Uživatelské rozhraní programu. . . . 62
43 Uživatelské rozhraní programu: Vlevo - zobrazení BRDF, vpravo - nastavení parametrů aplikace a dialog pro nastavování barev u modelu Ashikhmin, Shirley. . . . 62
44 Srovnání rychlostí výpočtu osvětlovacích modelů 63
45 Porovnání modelů (v pořadí zleva, shora): Lambertův model; Phongův model; Lewisova modifikace; model Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos (kovové materiály); model Torrance a Sparrow; Blinnův model. . . . 64
46 Porovnání modelů - pokračování: model Oren, Nayar, Blinn; model Shirley, Hu, Smits, Lafortune; Schlickův model - A Survey of Shading and Reflectance Models; Schlickův model - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering; Wardův model; model Ashikhmin, Shirley. . . . 65

47 Lambertův model - povrchy válce, koule a krychle ozařované jedním směrovým zdrojem světla a vizualizace osvětlovacího modelu pro úhel dopadu 45° s jednotkovou koulí, vyznačující maximální odraz (fialové tečky). 67
48 Klasický Phongův model - povrchy kuželu a koule ozařované jedním směrovým zdrojem světla a vizualizace osvětlovacího modelu pro úhly dopadu 20°, 45° a 75°. Na horním obrázku má Phongův model povrchů těles ostrost obrazu $n = 20$, na spodním je $n = 200$. 67
49 Lewisova úprava Phongova modelu - povrchy vlnitého plechu, kuželu a koule a vizualizace BRDF pro úhly dopadu 20°, 45° a 75°. Na horním obrázku má model povrchů těles ostrost obrazu $n = 20$, na spodním je $n = 200$. Povrchy jsou ozařovány π-krát silnějším směrovým zdrojem světla, než u Phongova modelu. 68
50 Dvě koule v modelu Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos. Na horním obrázku mají obě koule index lomu $\mu = 300$ a u levé koule je ostrost obrazu $n = 50$, u pravá koule je $n = 40$. Vyobrazená je BRDF pravé. Na spodním obrázku má levá koule parametry $\mu = 1,7$ a $n = 40$, pravá koule má parametry $\mu = 300$ a $n = 10$. K nim příslušné BRDF pro úhel dopadu 45° jsou v pravé polovině obrázku. 68
51 Dvě koule v modelu Torrance a Sparrow. Na horním obrázku mají modely obou koulí parametry: index lomu $\mu = 20$, směrodatná odchylka $\sigma = 6$. Vyobrazena je BRDF pravé z nich pro úhly dopadu 45° a 75°. Na spodním obrázku levá koule má parametry: $\mu = 2$, $\sigma = 6$, pravá koule má parametry:$\mu = 20$, $\sigma = 3$. Odpovídající BRDF pro úhel dopadu 75° jsou znázorněné v pravé polovině obrázku. Při každém zásahu tělesa paprskem bylo do scény vysláno 50 druhotných paprsků. 70
52 Oren a Nayar - vliv směrodatné odchylky na vjem ze zakřivení tělesa. U všech vykreslených těles bylo zvoleno albedo plošky povrchu $\rho = 1$ a pro směrodatnou odchylku byly postupně použity hodnoty: $\sigma = 1,54; 0,75$ a $0,0$. 70
53 Shirley, Hu, Smits, Lafortune - vliv nastavení parametrů modelu na odraz světla. Na obrázku jsou zachyceny povrchy koule a válce osvětlené jedním směrovým zdrojem světla o intenzitě 2,5 a BRDF pro úhly dopadu 20°, 45° a 85°. Parametry BRDF jsou: horní část obrázku - Fresnelův faktor pro nulový úhel dopadu $F(0) = 0,03$, ostrost obrazu $n = 20$; prostřední část obrázku - $F(0) = 0,06$, $n = 20$; spodní část obrázku - $F(0) = 0,06$, $n = 200$. 71
54 Kout se stolem a židlí pro úhly dopadu 86° a 60° vztažené k normále podlahy. Podlaha je vytvořena z materiálu s BRDF Shirley, Hu, Smits, Lafortune ($F(0) = 0,06$, $n = 200$), dřevěné části z materiálu s BRDF Oren, Nayar, Blinn (Oren, Nayar:$\rho = 0,97$, $\sigma = 0,59$; Blinn: $\mu = 0,75$, $\sigma = 0,1$), sedák z materiálu s BRDF Oren, Nayar, Blinn (Oren, Nayar:$\rho = 0,58$, $\sigma = 0,27$; Blinn: $\mu = 0,75$, $\sigma = 0,6$), kovová deska stolu z materiálu s BRDF Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos ($\mu = 3$ a $n = 20$). Stěna je vytvořena pomocí Phongova osvětlovacího modelu ($n = 200$). Počet vzorků vyslaných při každém zásahu tělesa paprskem je 100. 72
55 Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) hrubost difúzní vrstvy materiálu ve směru tangenty povrchu $m_d = 0,7$, hrubost difúzní vrstvy materiálu ve směru kolmém na tangentu povrchu $n_d = 0,7$, hrubost zrcadlové vrstvy materiálu ve směru tangenty povrchu $m_z = 0,1$, hrubost zrcadlové vrstvy materiálu ve směru kolmém na tangentu povrchu $n_z = 0,1$; (b) $m_d = 0,7$, $n_d = 0,2$, $m_z = 0,1$, $n_z = 0,1$; (c) $m_d = 0,7$, $n_d = 0,7$, $m_z = 0,5$, $n_z = 0,1$; (d) $m_d = 0,7$, $n_d = 0,7$, $m_z = 0,1$, $n_z = 0,7$. 72
56 Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models, zrcadlová vrstva má hrubost $m_z = n_z = 0,9$ a difúzní $m_d = n_d = 0,1$. 73
57 Schlick - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) hrubost difúzní vrstvy povrchu $r_d = 1$, izotropie difúzní vrstvy povrchu $p_d = 1$, hrubost zrcadlové vrstvy povrchu $r_z = 0,1$, izotropie zrcadlové vrstvy povrchu $p_z = 1$; (b) $r_d = 0,79$, $p_d = 1$, $r_z = 0,06$, $p_z = 0,08$; (c) $r_d = 0,79$, $p_d = 0.2$, $r_z = 0,1$, $p_z = 0,3$. Povrchy jsou ozářeny zdrojem o intenzitě π. 73
58 Schlick - kout se stolem a židlí (vykresleno s 50 vzorky na zásah povrchu). S výjimkou podlahy jsou všechna nastavení parametrů stejná, jako u obrázku 54, podlaha má parametry: hrubost difúzní vrstvy povrchu $r_d = 0,52$, izotropie difúzní vrstvy povrchu $p_d = 1$, hrubost zrcadlové vrstvy povrchu $r_z = 0,1$, izotropie zrcadlové vrstvy povrchu $p_z = 1$. 75
59 Ward, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) směrodatná odchylka ve směru tečny povrchu $a_x = 0,1$, směrodatná odchylka ve směru kolmém na tečnu povrchu $a_y = 0,1$; (b) $a_x = 0,5$, $a_y = 0,1$; (c) $a_x = 0,1$, $a_y = 0,5$. Povrchy jsou ozářeny zdrojem o intenzitě π. 75
60 Ashikhmin, Shirley, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) ostrost obrazu ve směru tečny povrchu $n_x = 20$, ostrost obrazu ve směru kolmice k tečně povrchu $n_y = 20$; (b) $n_x = 200$, $n_y = 20$; (c) $n_x = 200$, $n_y = 20$. 77

61 Ashikhmin, Shirley - anizotropní odraz na povrchu válce, dvou koulí a kuželu. Nastavení parametrů je: válec - $n_x = 200$, $n_y = 20$; levá koule - $n_x = 20$, $n_y = 100$; pravá koule - $n_x = 200$, $n_y = 1$; kužel - $n_x = 100$, $n_y = 20$; podložka -$n_x = 500$, $n_y = 500$. Pozadí bylo vytvořeno pomocí Phongova modelu ($n = 200$). 77

Seznam použitých symbolů

$f(x)$	Náhodná veličina představující útlum světla při odrazu.
$p(x)$	Hustota pravděpodobnosti veličiny $f(x)$.
$F(x)$	Distribuční funkce veličiny $f(x)$.
P	Pravděpodobnost.
$E(f(x))$	Střední hodnota veličiny $f(x)$.
$D(f(x))$	Rozptyl veličiny $f(x)$.
ξ, ξ_e, ξ_a	Náhodné číslo s rovnoměrným rozdělením na intervalu $[0;1]$ (obecné, pro elevaci, pro azimut).
$\overrightarrow{L}$	Směr ke zdroji světla.
θ_i	Elevace směru ke zdroji světla.
ϕ	Azimut směru ke zdroji světla.
$\overrightarrow{R}$	Směr, do kterého by paprsek byl odražen ideálním zrcadlem podle zákona dopadu a odrazu světla.
θ_{rm}	Elevace směru, do kterého by paprsek byl odražen ideálním zrcadlem podle zákona dopadu a odrazu světla.
ϕ	Azimut směru, do kterého by paprsek byl odražen ideálním zrcadlem podle zákona dopadu a odrazu světla.
$\overrightarrow{V}$	Směr k pozorovateli.
θ_r	Elevace směru k pozorovateli.
ϕ	Azimut směru k pozorovateli.
$\overrightarrow{n}$	Normála povrchu.
$\overrightarrow{x}$	Tangenta povrchu.
$\overrightarrow{y}$	Kolmice na normálu a tangentu povrchu.
$\overrightarrow{H}$	Vektor půlící úhel mezi vektory $\overrightarrow{L}$ a $\overrightarrow{V}$.
δ	Elevace vektoru $\overrightarrow{H}$, vlnový posuv u modelu Gondek, Meyer, Newman.
ϕ	Azimut vektoru $\overrightarrow{H}$.
μ	Index lomu prostředí.
k	Extinkční koeficient prostředí.
θ_t	Elevace paprsku procházejícího materiálem.
R_s	Velikosti odrazu v rovině kolmé k rovině paprsek-normála povrchu.
R_p	Velikosti odrazu v rovině rovnoběžné s rovinou paprsek-normála povrchu.
I_i	Ozáření povrchu $\left[W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2}\right]$.
I_r	Odražená zářivost $\left[W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2}\right]$.
E_i	Intenzita ozáření $\left[W \cdot m^{-2}\right]$.
$f(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i)$	BRDF.
ω	Prostorový úhel $[sr]$.
k_a, k_d, k_s	Koeficienty odrazu ambientní, difúzní a zrcadlové složky BRDF.
α	Úhel mezi vektory $\overrightarrow{V}$ a $\overrightarrow{R}$ u Phongova modelu, úhel mezi vektory $\overrightarrow{H}$ a $\overrightarrow{n}$ u rodiny modelů Torrance a Sparrow.
n, n_x, n_y	Ostrost obrazu (angl. shininess), ostrost obrazu ve směru tečny povrchu a ostrost obrazu ve směru kolmém na tečnu povrchu. U Schlickova modelu A Survey... značí n hrubost povrchu ve směru kolmém na tečnu povrchu.
ρ_d, ρ_s	Albedo difúzní, resp. zrcadlové složky BRDF.
$< \rho_s >$	Odhad albeda zrcadlové složky BRDF.
$\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$	Pomocná souřadná soustava.
D	Distribuční funkce u rodiny modelů Torrance a Sparrow.
G	Geometrický útlum.
F	Fresnelův faktor.
$F(0)$	Velikost Fresnelova faktoru při nulovém úhlu dopadu.
σ	Směrodatná odchylka rozdělení.
m	Střední kvadratická hodnota rozdělení, hrubost povrchu ve směru tečny povrchu (pouze u Schlickova modelu).
ρ	Albedo plošky povrchu u modelu Oren a Nayar.
$\overrightarrow{a}$	Normála elementární plošky povrchu.
θ_a	Elevace normály elementární plošky povrchu vůči souřadné soustavě povrchu.
ϕ	Azimut normály elementární plošky povrchu vůči souřadné soustavě povrchu.
E_0	Ozáření povrchu při $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{n}$.
Φ_r	Tok odražený elementární ploškou.

I_{rp}	Promítnutá záře.
m, n	Hrubost povrchu ve směru tečny povrchu, resp. kolmice na ní.
r	Hrubost povrchu.
p	Izotropie povrchu.
a_x, a_y	Směrodatná odchylka rozdělení ve směru tečny povrchu, resp. směru kolmého na tečnu povrchu.
$\overrightarrow{o}$, $\overrightarrow{p}$, $\overrightarrow{q}$	Souřadná soustava povrchu u modelu Lafortune, Foo, Torrance, Greenberg.
C_s, C_o, C_p, C_q	Normalizační faktor zrcadlové složky odrazu a její průměty do souřadné soustavy $\overrightarrow{o}$, $\overrightarrow{p}$, $\overrightarrow{q}$.
M	Zobecněná Householderova matice.
$r_\perp$, $r_\parallel$	Fresnelovy amplitudové koeficienty.
ε_0	Permitivita vakua.
$I_{\lambda,k}$	Zářivost zachycená vědrem k.

1 Úvod

Od počátků počítačové grafiky se její tvůrci snažili vyvinout postupy, pomocí kterých by bylo možné vytvářet obrazy k nerozeznání od skutečných. Jednou z nejdůležitějších vlastností pro lidské vnímání je, jakým způsobem objekty odráží světlo, protože tímto způsobem získáváme informaci o hloubce obrazu. Proto se právě tato oblast stala zájmem zkoumání mnoha vědců, kteří vytvořili řadu postupů, jakými světlo prostupuje scénou a více či méně přesných modelů odrazu světla na povrchu těles. Tyto snahy naráží nejen na komplexnost fyzikální podstaty problému, ale zejména na výpočetní složitost algoritmů.

Ve fyzice se vyvinuly tři pohledy na světlo: vlnový, paprskový a kvantový. S ohledem na výpočetní náročnost a na možnost pracovat s každým paprskem nezávisle na ostatních se v drtivé většině prací pohlíží na světlo z hlediska paprskové optiky. Paprsek je odrážen a pohlcován pouze na povrchu těles, což neumožňuje pracovat s prostředími tvořenými malými částicemi, jako je například kouř či mraky. Je ignorována většina vlastností světla souvisejících s vlnovým chováním, jako je interference, difrakce či fluorescence. Většinou je rovněž předpokládáno nepolarizované světlo a nezávislost odrazu na pozici na povrchu tělesa (pracuje se pouze s úhly).

Časová náročnost výpočtů tvoří dnes hlavní limitující faktor a je důvodem, proč se stále v různých aplikacích dosud hojně používají jednoduché a nepřesné grafické modely, zejména v situacích, má-li se scéna zobrazovat v reálném čase.

Asi nejčastěji používanou funkcí, kterou se tyto modely popisují, je *dvousměrová distribuční funkce* (angl. *Bidirectional Reflectance Distribution Function*), dále označovaná jako *BRDF*.

Snahou této práce je předložit co nejucelenější popis současného stavu dané problematiky. Pro snadnější pochopení komplikovanějších modelů byly v práci zahrnuty i starší jednoduché modely, které ještě nebyly definovány pomocí BRDF. Proto si práce kladla za cíl popsat nejčastěji používané osvětlovací modely, pakliže je to možné, pomocí BRDF, vytvořit jejich knihovnu a nad ní aplikaci, která by umožňovala si chování vybraného modelu prohlédnout v jednoduché scéně a interaktivně zjistit vliv nastavení parametrů modelu na jeho obraz.

Vycházeje z analýzy výše zmíněných modelů jsem napsal program, který jednotlivé vybrané modely demonstruje na konkrétních tělesech a jejich interakcích. Program může sloužit jako výukový nástroj pro programátory počítačové grafiky. Jeho pomocí se názornou formou seznámí s principy osvětlovacích modelů. Mají možnost si s ohledem na širokou volitelnost parametrů odzkoušet jejich funkci.

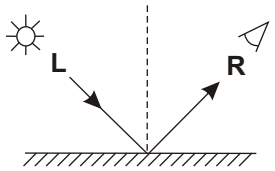
Protože každý z autorů modelů jinak definoval vstupní parametry, mají možnost poznat, jaký parametr má v reálu jaký vliv na BRDF.

1.1 Typy odrazu paprsku

Osvětlovací modely představují popis, jakým způsobem povrch tělesa odráží světlo. Proto si v této sekci přiblížíme typy odrazu paprsku světla.

1.1.1 Ideální zrcadlový odraz

Předpokládejme, že máme povrch objektu, který je ideálním zrcadlem. Pak se paprsek $\overrightarrow{L}$ odrazí podle zákona odrazu pod stejným úhlem, pod jakým dopadne a to v rovině dopadu, tedy jako paprsek $\overrightarrow{R}$ na obr. 1. Tento druh odrazu budeme nazývat zrcadlový (spekulární).



Obrázek 1: Ideální zrcadlový odraz.

Množství odraženého světla se řídí *Fresnelovými rovnicemi*. Vodiče a polovodiče jsou charakterizovány indexem lomu μ a extinkčním koeficientem k[1]. Pro nevodiče je extinkční koeficient podle definice nulový. Protože jsou tyto koeficienty závislé na vlnové délce dopadajícího světla, udávají, zejména u kovových materiálů, barvu odraženého světla.

[1] Míra úbytku záření při průchodu materiálem. Podle Lambertova zákona pro intenzitu světla prošlého vodičem nebo polovodičem platí rovnice: $I_\lambda = I_{v,\lambda} e^{-4\pi k t/\lambda}$, kde $I_{v,\lambda}$ je intenzita těsně po vstoupení do materiálu a t tloušťka povrchu.

Fresnelovy rovnice pro odraz mezi nevodičem a vodičem (viz. [1]):

$$R_s = \frac{a^2 + b^2 - 2a\cos\theta_i + \cos^2\theta_i}{a^2 + b^2 + 2a\cos\theta_i + \cos^2\theta_i} \tag{1}$$

$$R_p = R_s \frac{a^2 + b^2 - 2a\sin\theta_i\tan\theta_i + \sin^2\theta_i\tan^2\theta_i}{a^2 + b^2 + 2a\sin\theta_i\tan\theta_i + \sin^2\theta_i\tan^2\theta_i} \tag{2}$$

$$a = \frac{1}{n_d^2}\left(\sqrt{\left(\mu_v^2 - k_v^2 - \mu_d^2\sin^2\theta_i\right)^2 + 4\mu_v^2 k_v^2} + \mu_v^2 - k_v^2 - \mu_d^2\sin^2\theta_i\right) \tag{3}$$

$$b = \frac{1}{n_d^2}\left(\sqrt{\left(n_v^2 - k_v^2 - \mu_d^2\sin^2\theta_i\right)^2 + 4\mu_v^2 k_v^2} - \left(\mu_v^2 - k_v^2 - \mu_d^2\sin^2\theta_i\right)\right) \tag{4}$$

kde θ_i je úhel dopadu, k_v extinkční koeficient kovu, μ_d index lomu dielektrika, μ_v index lomu kovu a R_s, resp. R_p jsou velikosti odrazu v rovině kolmé, resp. rovnoběžné s rovinou paprsek-normála povrchu. U nepolarizovaného světla je odraz jejich aritmetickým průměrem.

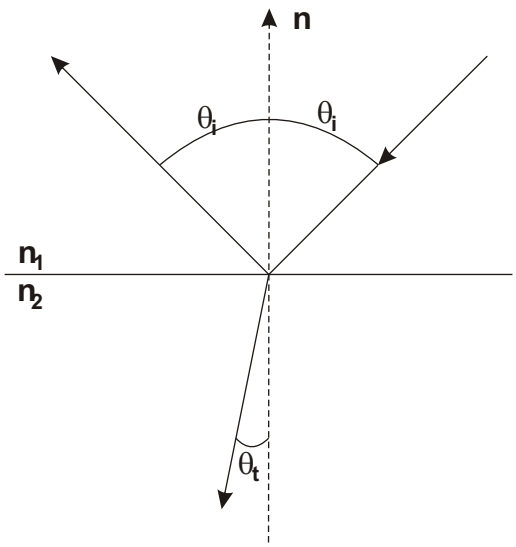
V případě, že odraz probíhá mezi dvěma nevodiči, rovnice se zjednoduší na (viz .[2]):

$$R_s = \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}\right)^2 = \left(\frac{\mu_1\cos\theta_i - \mu_2\cos\theta_t}{\mu_1\cos\theta_i + \mu_2\cos\theta_t}\right)^2 \tag{5}$$

$$R_p = \left(\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}\right)^2 = \left(\frac{\mu_2\cos\theta_i - \mu_1\cos\theta_t}{\mu_2\cos\theta_i + \mu_1\cos\theta_t}\right)^2 \tag{6}$$

kde podle *Snellova zákona*:

$$\mu_1\sin\theta_i = \mu_2\sin\theta_t \tag{7}$$



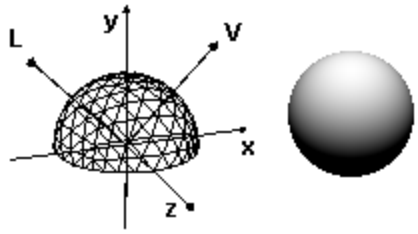
Obrázek 2: Odraz na rozhraní dvou prostředí.

Důležitou vlastností je, že R_s i R_p jsou pro libovolné hodnoty konstant při $\theta_i = 90°$ rovny jedné. Proto lesklé materiály ztrácejí na sytosti při velkých úhlech dopadu.

Fresnelovy rovnice jsou důležité zejména pro modelování kovů a proto jsou zakomponovány do řady modelů. Pro využití v počítačové grafice jsou však příliš složité a proto bývají zjednodušovány, např. modely *Torrance a Sparrow*[3] (rovnice 56), *Schlick* [5](rovnice 88).

1.1.2 Difúzní odraz

Difúzní odraz, který je protikladem zrcadlového odrazu, nastává u matných povrchů a ve vnitřních vrstvách několikavrstevných materiálů, např. lakovaných povrchů. Jak je patrné z obrázku 3, při tomto typu odrazu se světlo rozptýlí rovnoměrně do všech přípustných směrů.



Obrázek 3: Difúzní odraz (zobrazení BRDF a odraz na povrchu koule v Lambertově modelu).

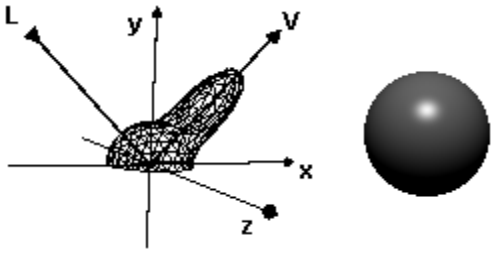
Množství odraženého světla závisí na úhlu dopadu a v nejjednodušším případě (pro tzv. Lambertská tělesa) platí vztah:

$$I_r = I_i \cdot \cos\theta_i \tag{8}$$

kde I_i je množství dopadajícího světla, I_r je množství odraženého světla a θ_i je úhel dopadu.

1.1.3 Reálný odraz

Ve skutečnosti se světlo podle míry nerovnosti povrchu odráží buď více difúzně nebo více zrcadlově, ale vždy budou zastoupeny oba druhy odrazu.



Obrázek 4: Reálný odraz (zobrazení BRDF a odraz na povrchu koule ve Phongově modelu).

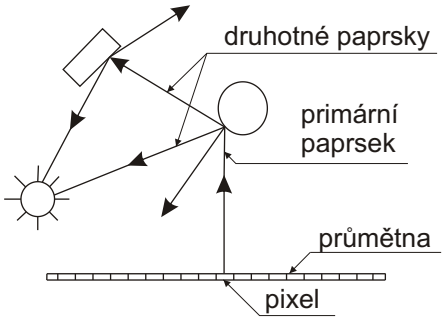
V počítačové grafice proto řada modelů přistupuje k odrazu světla, jakoby se skládal ze tří složek: ambientní, difúzní a zrcadlové a případně i směrově difúzní. Ambientní složka představuje světlo, které vzniká mnohonásobnými odrazy ve scéně, je v ní rovnoměrně rozprostřeno a odráží se od tělesa stejně do všech směrů. Složky difúzní a zrcadlová jsou vázány na konkrétní zdroj světla.

Tento přístup je výhodný, protože zjednodušuje pohled na model a pro řadu materiálů, např. plasty, působí výsledek věrohodně. Na druhou stranu, toto je zbytečné u kovů, kde je difúzní odraz zanedbatelný. Podobně, jak bude ukázáno na straně 22, u vrstvených materiálů závisí poměr mezi difúzní a zrcadlovou složkou na úhlu dopadu.

2 Metody sledování paprsků a Monte Carlo integrace

V této části se dotkneme metod sledování paprsků a Monte Carlo integrace.

Abychom získali barvu pixelu na obrazovce, postupujeme přesně obráceně, než v reálu. Jeho pozice je namapována na průmětnu ve scéně, ze které je vyslán paprsek. Po dopadu na nejbližší těleso jsou z místa dopadu vyslány druhotné paprsky do všech přípustných směrů a integrací jejich příspěvků je získána požadovaná barva dotyčného pixelu. Vysílání paprsků z místa dopadu paprsku na těleso do scény je rekurzivně opakováno až do zvolené hloubky. Tento postup je nazýván *sledování paprsků* (*ray tracing*).



Obrázek 5: Sledování paprsku.

Protože však integrace příspěvků ze všech možných směrů by byla neúnosně náročná na výpočetní prostředky, pracuje se v praxi pouze se vzorky z vybraných směrů a správná hodnota je z nich odhadnuta, což bývá označováno jako *Monte Carlo integrace*.

2.1 Historie ray tracingu

2.1.1 Utah models

První pokusy s metodou sledování paprsků probíhaly na University of Utah, z toho pochází i název metody. Z průmětny je vyslán paprsek a v místě dopadu na nejbližší těleso jsou sečteny příslušným způsobem utlumené příspěvky od světelných zdrojů ve scéně. Nepřímé osvětlení není v metodě zahrnuto.

2.1.2 Ray tracing

Utah models neumožňují práci se stíny a jsou vhodné pouze pro difúzní tělesa. Proto Whitted představil v roce 1980 obecnější techniku zahrnující zrcadlový odraz.

Opět je paprsek vyslán z průmětny a je určeno místo dopadu na nejbližším tělese. Je-li těleso matné, jsou vyslány paprsky ke světlům a nezasáhnou-li žádné jiné těleso, je započten světelný příspěvek od daného zdroje. Je-li těleso lesklé, je vyslán paprsek podle zákona dopadu a odrazu a v případě poloprůhledných těles i lomený paprsek do tělesa podle Snellova zákona. To vede na rekurzivní postup, který Whitted ukončuje po určitém počtu odrazů. Hall a Greenberg tuto metodu rozšířili a navrhli adaptivní ukončení rekurze podle cestou nahromaděného útlumu.

2.1.3 Monte Carlo metody

Metody založené na náhodných vzorcích vznikly po druhé světové válce v laboratořích v Los Alamos, kdy bylo třeba při vývoji jaderné zbraně simulovat trajektorie neutronů. Vžil se pro ně název Monte Carlo metody, navržený Nickem Metropolisem, jedním z průkopníků těchto metod.

V počítačové grafice se tyto metody objevují od roku 1968, kdy Appel představil svou metodu založenou na sledování částic vysílaných náhodnými směry.

Whittedův ray tracing má několik problémů, z nichž hlavní jsou tyto: Nepočítá s nezrcadlovým nepřímým osvětlením a neumožňuje jiné než bodové zdroje světla. Proto Cook a kol. navrhli v roce 1984 metodu pracující s náhodnými směry zdrojů světla, čočkami a časem (viz. [1]). Náhodné vzorky sice nezaručují, že chyba v obraze bude menší než u pravidelného vzorkování, ale alespoň zde není koherence mezi sousedními pixely. Toto vedlo k prvnímu kompletnímu transportnímu algoritmu navrženému Kajiyou, který formuloval tento problém jako integrální rovnici řešenou pomocí vzorkování cest.

2.2 Matematický základ Monte Carlo integrace

Jak již bylo zmíněno v úvodu této sekce, z důvodu velké časové složitosti se při ray tracingu nepoužívají klasické postupy numerické integrace, nýbrž Monte Carlo integrace. Abychom mohli si tuto metodu přiblížit, je třeba zavést několik pojmů.

Předpokládejme, že máme spojitou náhodnou veličinu $f(x)$, která náhodně nabývá některou z hodnot v intervalu Ω. Pak rozdělení hodnot můžeme popsat její hustotou pravděpodobnosti $p(x)$ a musí platit:

$$\int_{\Omega} p(x) = 1 \tag{9}$$

Střední hodnotu dané náhodné veličiny můžeme určit jako integrál:

$$E(f(x)) = \int_{\Omega} f(x)\, p(x)\, dx \tag{10}$$

Rozptyl jednorozměrné náhodné veličiny je definován jako:

$$D(y) = E\left(\left[y - E(y)\right]^2\right) = E\left(y^2\right) - E^2(y) \tag{11}$$

Chyba měření je dána standardní odchylkou:

$$\sigma(y) = \sqrt{D(y)} \tag{12}$$

2.3 Monte Carlo integrace

Máme-li náhodnou veličinu, můžeme provést z několika vzorků odhad její střední hodnoty. Dobrým odhadem se zdá aritmetický průměr, který je nestranný:

$$E(f(x)) = \int_{\Omega} f(x)\, p(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(x_i) \tag{13}$$

Vydělíme-li celou rovnici hustotou pravděpodobnosti, získáme rychlý způsob odhadu integrálu [8, 9]:

$$I = \int_{\Omega} f(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f(x_i)}{p(x)} \tag{14}$$

kdy hustota pravděpodobnosti $p(x)$ musí být nenulová tam, kde je $f(x)$ nenulová.

Vyvstávají dvě otázky: Jak přesný odhad je a jak zvolit hustotu pravděpodobnosti $p(x)$?

Podle *slabého zákona velkých čísel*[2] se aritmetický průměr blíží ke své střední hodnotě, roste-li počet náhodných veličin v aritmetickém průměru do nekonečna. Proto, abychom si mohli být jisti správností výsledku, museli bychom udělat nekonečně mnoho vzorků. Rovnice 13 ukazuje, jak se s rostoucím počtem vzorků zvyšuje přesnost. Nechť

$$Y_i = \frac{f(x_i)}{p(x_i)} \tag{15}$$

Pak pro nezávislé vzorky můžeme zapsat (viz. [11]):

$$\begin{aligned} D\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_i\right) = \frac{1}{N^2} D\left(\sum_{i=1}^{N} Y_i\right) &= \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} DY_i = \\ \frac{1}{N^2}\left(\sum_{i=1}^{N}\left(EY_i^2 - I^2\right)\right) &= \frac{1}{N}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} EY_i^2 - I^2\right) = \end{aligned}$$

[2] *Slabý zákon velkých čísel* (viz. [10]): Nechť $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost náhodných veličin. Řekneme, že $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ splňuje slabý zákon velkých čísel, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ platí:

$$\lim_{N\to\infty} P\left[\left|\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(x_i) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E(f(x_i))\right| \geq \varepsilon\right] = 0$$

kde P značí pravděpodobnost.

Nechť $\{X_n\}$ je posloupnost nezávislých náhodných veličin majících konečné střední hodnoty a jejichž rozptyly jsou ohraničeny stejnou konstantou K (tj. $D(X_i) \leq K$ pro každé $i = 1, 2, 3...$). Potom $\{X_n\}$ splňuje slabý zákon velkých čísel.

$$\frac{1}{N}\left(E\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Y_i^2\right)-I^2\right) = \frac{DY_{prim}}{N} \tag{16}$$

$$\sigma\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Y_i\right) = \frac{\sigma\left(Y_{prim}\right)}{\sqrt{N}} \tag{17}$$

Tedy při použití N vzorků místo jediného (primárního) klesla chyba $\sqrt{N}$-krát.

2.3.1 Vzorkování podle důležitosti (angl. Importance sampling)

Rozumná volba $p(x)$ se nazývá *importance sampling* a má velmi významný vliv na chybu odhadu. Známe-li alespoň přibližně průběh funkce $f(x)$, měli bychom se snažit odebírat vzorky v nejdůležitějších oblastech - v místech, kde $f(x)$ dosahuje velkých hodnot. Proto by měly $p(x)$ a $f(x)$ mít co nejpodobnější průběh. V ideálním případě $p(x)=\frac{f(x)}{I}$ je chyba nulová, bohužel hodnotu integrálu I zřídka kdy známe, jinak bychom nepotřebovali jeho hodnotu odhadovat. V tabulce 1 je pro demonstraci vlivu volby hustoty pravděpodobnosti na rychlost konvergence integrálu uveden klasický příklad odhadu funkce $I=\int_0^4 x\cdot dx$ [8].

Metoda	Hustota pravděpodobnosti	Rozptyl	Počet vzorků potřebný pro dosažení standardní chyby 0,008
Importace s.	$\frac{6-x}{16}$	$56,8N^{-1}$	887,500
Importace s.	$\frac{1}{4}$	$21,3N^{-1}$	332,812
Importace s.	$\frac{x+2}{16}$	$6,3N^{-1}$	98,437
Importace s.	$\frac{x}{8}$	0	1
Stratified s.	$\frac{1}{4}$	$21,3N^{-3}$	70

Tabulka 1: Vliv volby hustoty pravděpodobnosti na rychlost konvergence Monte Carlo odhadu rovnice $I=\int_0^4 x\cdot dx$.

Předpokládejme, že hustota pravděpodobnosti $p(x)$ je definovaná na intervalu $[x_{min};x_{max}]$. Potom můžeme generovat náhodné vzorky x_i, které této hustotě odpovídají, pomocí náhodných čísel ξ_i z intervalu $[0;1]$. K tomu využijeme distribuční funkci $F(x)$:

$$F(x)=\int_{x_{min}}^{x} p(t)\,dt \tag{18}$$

Pozici vzorku získáme pomocí inverzní funkce k distribuční funkci:

$$x_i=F^{-1}(\xi_i) \tag{19}$$

Pro dvojrozměrné náhodné veličiny definované na intervalu $[x_{min};x_{max}]\times[y_{min};y_{max}]$, x-sovou souřadnici vzorku x_i získáme pomocí marginální distribuční funkce $F(x,y_{max})$ a y-novou souřadnici y_i podle výrazu $F(x_i,y)/F(x_i,y_{max})$. Je-li hustota pravděpodobnosti $p(x)$ separovatelná (vyjádřitelná jako $g(x)\cdot h(y)$), můžeme použít jednorozměrnou techniku pro každou dimenzi.

Tento postup si můžeme demonstrovat na generování vzorků podle hustoty pravděpodobnosti

$$p(\theta_i,\phi_i)=\frac{\cos\theta_i}{\pi} \tag{20}$$

představující difúzní část řady BRDF po vynásobení cosinem θ_i při integraci (BRDF se budeme detailně věnovat v sekci 3). θ_i v rovnici 20 představuje elevaci a ϕ_i azimut vzorkovaného směru.

Distribuční funkci získáme podle integrálu:

$$F(x)=\int_0^{\phi_i}\int_0^{\theta_i} p\left(\theta',\phi'\right)d\omega' = \int_0^{\phi_i}\int_0^{\theta_i}\frac{\cos\theta'}{\pi}\sin\theta'\,d\theta'\,d\phi' \tag{21}$$

kde $\omega^{'}$ představuje prostorový úhel, kterým dopadá světlo ze vzorkovaného směru.
Protože hustota pravděpodobnosti $p(\theta_i, \phi_i)$ je separovatelná, získáme následující výrazy:

$$\xi_{e'} = \int_0^{\theta_i} 2\cos\theta^{'}\sin\theta^{'}d\theta^{'} = 1-\cos^2\theta_i = \sin^2\theta_i \tag{22}$$

$$\xi_a = \int_0^{\phi_i} \frac{1}{2\pi}d\phi^{'} = \frac{\phi_i}{2\pi} \tag{23}$$

kde $\xi_{e'}$ a ξ_a jsou dvě náhodná čísla z intervalu $[0;1]$. Protože se lépe pracuje s cosinem úhlu svíraného dvěma vektory, než jeho sinem, použijeme místo náhodného čísla $\xi_{e'}$ náhodné číslo $\xi_e = 1-\xi_{e'}$.
Vzorkovaný směr $[\theta_i, \phi_i]$ proto získáme pomocí rovnic:

$$\theta_i = \arccos\left(\sqrt{\xi_e}\right) \tag{24}$$

$$\phi_i = 2\pi\xi_a \tag{25}$$

2.3.2 Složené vzorkování (angl. Stratified sampling)

Jinou možností, jak zvýšit přesnost odhadu, je zajistit, aby vzorky byly odebírány víceméně rovnoměrně v celé doméně integrálu. Za tímto účelem existuje několik technik vzorkování, např.: *složené vzorkování* (angl. *Stratified sampling*), *vzorkování podle latinské hyperkrychle* (angl. *Latin hypercube sampling*) a *kvazi-Monte Carlo metody*.

Všechny tyto metody typicky předpokládají, že vzorkovanou doménou je s-dimenzionální krychle $[0,1]^s$. Jiné domény jsou získány definováním odpovídající transformace $T : [0,1]^s \to \Omega$.

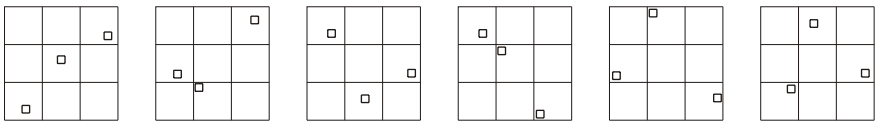
Myšlenkou *složeného vzorkování* je rozdělit vzorkovanou doménu na několik menších a pak vyhodnocovat integrál jako součet integrálů nad jednotlivými poddoménami. Běžně je potom brán pouze jeden vzorek pro každou poddoménu, pak pro rozptyl platí:

$$D\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{f(x_i)}{p_i(x_i)}\right) = \sum_{i=1}^{N} D\left(\frac{f(x_i)}{p_i(x_i)}\right) \tag{26}$$

Tato metoda přináší pro většinu funkcí citelné zlepšení přesnosti odhadu, protože rozptyl v každé poddoméně bude obvykle menší, než v celé doméně integrálu. Jak je ukázáno např. v práci Veache [11], složené vzorkování nemůže mít nikdy větší rozptyl, než prostá Monte Carlo integrace.

2.3.3 Vzorkování podle Latinské hyperkrychle (angl. Latin hypercube sampling, někdy též N-rooks sampling)

Myšlenka tohoto vzorkování se nejsnáze demonstruje na dvourozměrném příkladu. Chceme-li odebrat tři vzorky, rozdělíme vzorkovanou doménu na devět stejných čtverců a z nich vybereme tři takovým způsobem, aby v každém řádku a každém sloupci ležel právě jeden ze čtverců. V těchto čtvercích pak odebereme vzorky, viz. obrázek 6.



Obrázek 6: Povolené kombinace čtverců pro tři vzorky a vyznačení vzorků

Tento způsob vzorkování o něco rychleji konverguje, než prosté vzorkování podle důležitosti, ale pomaleji než složené vzorkování.

2.3.4 Kvazi-Monte Carlo metody

Místo použití náhodných vzorků je možné v Monte Carlo odhadu použít vzorky deterministicky vybrané. Výhodou takovéhoto postupu je rychlejší konvergence za určitých podmínek, nevýhodou je možnost vzniku aliasingu.

Pro detailnější vysvětlení těchto metod bych doporučil disertační práci Veache[11].

3 BRDF

Až doposud jsme při průchodu paprsku scénou předpokládali, že se paprsek více či méně náhodně odráží od objektů a při těchto odrazech dochází k útlumu světla podle blíže nespecifikované funkce. V počítačové grafice se používají tyto funkce pro vyjádření útlumu:

- *Dvousměrová distribuční funkce* (angl. *Bidirectional reflectance distribution function*, *BRDF*)
- *Rozptylovací pravděpodobnostní funkce* (angl. *Scattering probability function*, *SPF*)[1]
- *Směrová polokulová odrazivost* (angl. *Directional hemispherical reflectance*) ve spojení s *rozptylovací pravděpodobnostní distribuční funkcí* (angl. *Scattering probability distribution function*, *SPDF*) [12]
- *Promítnutá zářivost* (angl. *Projected radiance*) [13]

Všechny tyto funkce říkají, kolik světla přicházejícího z jednoho směru se odrazí do směru druhého, pouze jsou definovány jinými fyzikálními veličinami a jsou mezi sebou převoditelné. My se budeme věnovat BRDF, která se používá ve většině prací.

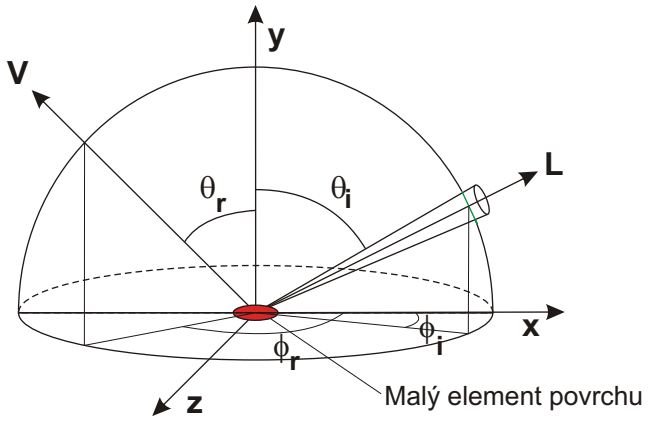
3.1 Definice BRDF a omezující podmínky

Dvousměrová distribuční funkce fyzikálně a matematicky popisuje lokální vlastnosti odrazu na povrchu tělesa. Představme si odlesk na hrnci ozařovaném bodovým zdrojem. Když se coby pozorovatel posuneme, posune se i odlesk. Totéž se stane, změní-li se poloha zdroje světla. Proto musí BRDF záviset na pozici pozorovatele i pozicích zdrojů světla. Navíc různé vlnové délky světla se na povrchu pohlcují a odráží odlišně, proto by měla BRDF záviset i na vlnové délce světla. BRDF se definuje jako:

$$f_\lambda\left(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i\right) = \frac{I_{r\lambda}\left(\theta_r, \phi_r\right)}{E_{i\lambda}\left(\theta_i, \phi_i\right)} = \frac{I_{r\lambda}\left(\theta_r, \phi_r\right)}{I_{i\lambda}\left(\theta_i, \phi_i\right) \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i} \left[sr^{-1}\right] \tag{27}$$

kde:

θ_i, ϕ_i	**elevace a azimut dopadajícího paprsku,**
θ_r, ϕ_r	**elevace a azimut odraženého paprsku,**
$I_{r\lambda}$	**odražená zářivost (angl. radiance)** $\left[W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2}\right]$ **- prostorová a plošná hustota zářivého toku odraženého od povrchu,**
$I_{i\lambda}$	**ozáření - zářivost dopadající na plochu,**
$E_{i\lambda}$	**intenzita ozáření (angl. irradiance)** $\left[W \cdot m^{-2}\right]$ **- plošná hustota zářivého toku dopadlého na plochu,**
$\cos\theta_i$	**cosinus úhlu mezi směrem dopadajícího paprsku** $\overrightarrow{L}$ **a normálou povrchu,**
$d\omega_i$	**prostorový úhel podél směru dopadajícího paprsku.**



Obrázek 7: Jednotková polokoule nad povrchem tělesa s vyznačením úhlů dopadajícího a odraženého paprsku.

Výraz ve jmenovateli rovnice 27 lze snadno odvodit z obrázku 7. Protože prostorový úhel, kterým dopadá světlo na povrch je malý, příslušná oblast na povrchu polokoule je téměř plochá. Proto ji můžeme považovat za rovnoměrně ozářenou a množství světla přicházejícího z daného směru je:

$$L_{i\lambda}(\theta_i, \phi_i) \cdot d\omega_i \tag{28}$$

Aby toto množství bylo vztaženo k elementu povrchu a nejen k prostorovému úhlu, je provedena projekce vynásobením výrazu 28 cosinem ϕ_i.

Celkové množství světla odražené od povrchu tělesa do určitého směru získáme integrací přes polokouli:

$$I_r = \int_\Omega f_\lambda(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) \cdot I_i \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i$$

3.1.1 Omezující podmínky

Každá BRDF by měla splňovat tři základní podmínky:

1. Helmholtzova reciprocita - V BRDF musí být zaměnitelné směry, odkud světlo přichází a kam je odraženo
$$f_\lambda(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) = f_\lambda(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \tag{29}$$
2. Zákon zachování energie - Množství světla odraženého od povrchu by mělo být menší nebo rovno množství světla, které dopadá na povrch
$$\int_\Omega f_\lambda(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) \cdot \cos\theta_r \cdot d\omega_r \leq 1 \tag{30}$$
3. Funkce by měla být nezáporná pro všechny směry (úhly) nad hemisférou

Funkce splňující tyto podmínky jsou označovány jako *fyzikálně věrohodné* (angl. *physically plausible*). Většina funkcí uvedených v tomto textu je splňuje, ale například Phongův model porušuje zákon zachování energie. Způsob, jak ho uvést do souladu s ním publikovali Lafortune a Willems [14].

3.2 Přehled modelů a jejich rozdělení

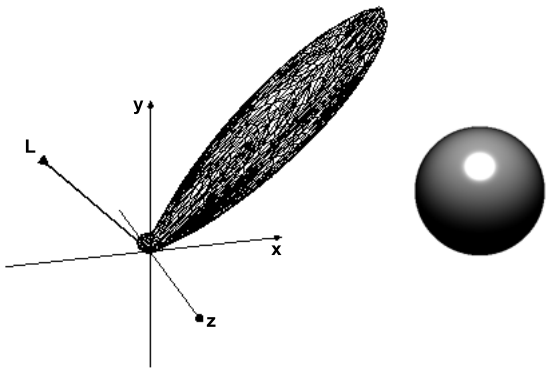
V této sekci si uvedeme přehled důležitých světelných modelů a některé podstatné vlastnosti, podle kterých je možné si tyto modely rozčlenit.

3.2.1 Některé důležité vlastnosti

Modely povrchu můžeme rozdělit podle několika kritérií:

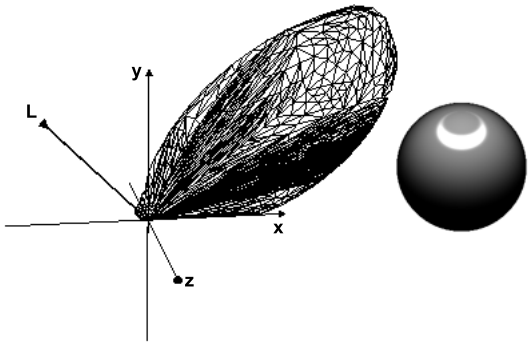
- *Izotropie povrchu*:

  Toto je velmi důležitý vizuální vjem o struktuře povrchu. Otočíme-li povrch o libovolný úhel kolem jeho normály a bude-li poté odrážet světlo stejným způsobem, říkáme, že povrch je *izotropní* (obrázek 8).



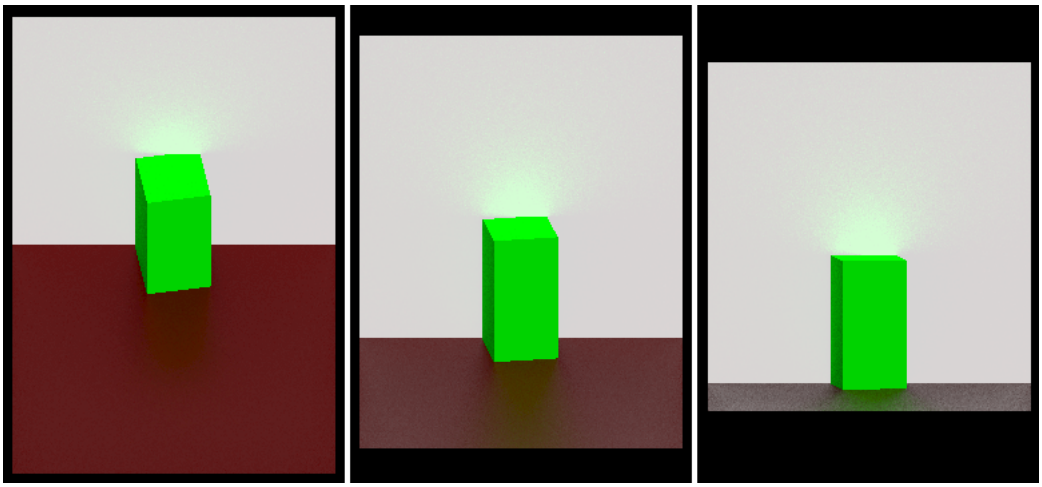
Obrázek 8: Izotropní odraz (anizotropní Phong, $n_x = n_y = 100$, $k_s = [0,4; 0,4; 0,4]$).

  Naopak, u *anizotropních* materiálů, např. srst, obráběné kovy, moře, písek, tkaniny atd., vykazuje povrch v různých směrech odlišné světelné vlastnosti (obrázek 9).



Obrázek 9: Anizotropní odraz (anizotropní Phong, $n_x = 20$,$n_y = 400$ $k_s = [0,4; 0,4; 0,4]$).

- *Variabilita poměru mezi odrazy od různých vrstev materiálu v závislosti na úhlu dopadu*:
  Na obrázku 10 je zachycen kout s leštěnou podlahou a matnou zdí.



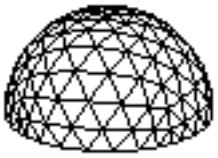
Obrázek 10: Kout s leštěnou podlahou pod úhly 45°, 70° a 85°. Podlaha je vytvořena pomocí modelu Shirley, Hu, Smits, Lafortune ($F(0) = 0,05$, $n = 50$).

  Díváme-li se na podlahu shora, měla by být dobře patrná struktura dřeva, v našem případě hnědá barva, protože se světlo odráží difúzně od pigmentů ve vnitřní vrstvě materiálu. Naopak, díváme-li se na tutéž podlahu hodně zboku, většina světla je odrážena zrcadlově od vrstvy vosku. Proto u modelů, které se snaží napodobit tento efekt nemůže být poměr mezi difúzní a zrcadlovou složkou, resp. mezi vrstvami materiálu fixně nastaven uživatelem, ale musí být závislý na úhlu dopadu.

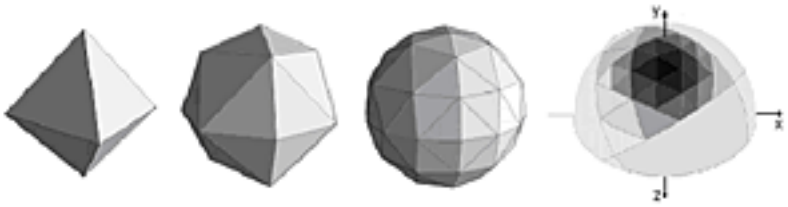
- *Princip modelu*:
  Modely můžeme rozdělit v zásadě na tři skupiny:
  - Empirické modely (založeny čistě na pozorování výsledků).
  - Fyzikální modely popisující povrch za základě optiky paprsku (představa, že povrch je složen z velmi malých plošek, řádově větších, než je vlnová délka světla).
  - Fyzikální modely založené na teorii šíření elektromagnetických vln.

  Existuje jen velmi málo modelů založených na vlnové optice, např. Gondek, Meyer, Newman [15] (sekce 3.5.1). Umožňují sice práci s polarizovaným světlem a efekty jako fázový posuv, interference či difrakce, ale vlny nemohou být vyhodnocovány nezávisle na sobě.

- *Způsob reprezentace BRDF*:
  - Funkce aproximující průběh BRDF, zpravidla řízené nízkým počtem parametrů.
  - Tabulky, pravidelně rozdělená polokoule (obrázek 11) nebo adaptivně vytvářená geodetická koule (obrázek 12), ve kterých jsou uloženy vzorky pro různé směry, naměřené gonioreflektometrem.



Obrázek 11: Polokoule konstruovaná pravidelným dělením



Obrázek 12: Úrovně konstrukce geodetické koule a její adaptivní verze

3.2.2 Přehled modelů

První model představil před více než 200 lety Lambert. Těleso s Lambertovým povrchem odráží stejné množství světla do všech přípustných směrů (viz. obrázek 3). Model lze vyjádřit vzorcem:

$$I_r = I_i \cdot \cos\theta_i \tag{31}$$

kde I_r, resp. I_i představuje množství odraženého, resp. dopadajícího světla a θ je úhel dopadu.

Dodnes nejběžnějším modelem používaným v počítačové grafice je Phongův model [16] z roku 1975. Jedná se pouze o empirický model, který ani příliš přesně neodráží vlastnosti odrazu na tělese, ani nerespektuje *zákon zachování energie*. Přesto je velmi populární pro svou jednoduchost a snadnou implementaci v hardwaru.

Tento model byl Lewisem [26] upraven, aby splňoval *zákon zachování energie* a Helmholtzovu reciprocitu a dále několikrát modifikován, aby poskytoval věrohodnější obraz různých materiálů [17, 4].

Velmi rozšířený je model Torrance a Sparrowa [3] a jeho modifikace. Model je na rozdíl od Phongova modelu založen na geometrické optice využívající představu, že povrch tělesa je tvořen dlouhými úzkými náhodně orientovanými žlábky ve tvaru písmena V tvořenými ze zrcadel. To umožňuje využít efektů jako je maskování (část světla je odstíněna jinými žlábky na povrchu před dopadem na elementární plošku), self-shadowing (část světla je odstíněna jinými žlábky na povrchu před dopadem do oka pozorovatele) a efekt, kdy pro velké úhly dopadu se většina světla odrazí pod větším úhlem, než je úhel dopadu (angl. se toto nazývá *off-specular reflection*). Blinn [29] tento model dále upravil, aby snížil jeho výpočetní náročnost.

Oren a Nayar [13] vyšli z modelu Torrance a Sparrowa a zkonstruovali model pro nelambertská tělesa (např. keramika) založený na difúzních mikroplochách.

Poulin a Fournier [20] podobně odvodili anizotropní model, předpokládající, že povrch je složen z velmi malých válcových ploch. Hrubost povrchu a charakter anizotropie řídili pomocí vzdálenosti mezi válci a mírou zanoření válce do povrchu.

Kajiya vytvořil výpočetně velmi náročný anizotropní model [18], který je založen na Kirchhoffových zákonech.

V roce 1991 publikovali He a kol. [19] velmi propracovaný model. Odraz povrchu závisí na vlnové délce světla, úhlu dopadu, dvou parametrech popisujících hrubost tělesa a dvou indexech lomu. Bohužel je extrémně náročný na výpočet, neboť obsahuje sčítání velmi pomalu konvergující řady.

Řada moderních modelů vychází z modelů Lewise a Blinna a snaží se je rozšířit o nové vlastnosti a aproximovat jejich členy.

Takovými modely jsou například Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos [27] pro kovové materiály a Ashikhmina a Shirleyho anizotropní Phongův model [17]. Velmi komplexní model založený na aproximaci Blinnova modelu, vhodný i pro dvouvrstvé materiály vytvořil Schlick [5] .

Z empirických modelů určitě stojí za zmínku Wardův model [25], který je velmi rychlý a jednoduchý.

Shirley, Hu, Smits a Lafortune [12] vytvořili zdařilý model pro materiály, kde poměr mezi zrcadlovou a difúzní složkou závisí na úhlu odrazu.

S tvorbou modelů vyvstala i otázka jejich reprezentace. K tomu se využívají buď lineární nebo nelineární funkce, nebo tabulky s naměřenými údaji, jejichž hodnoty se lineárně interpolují (např. v modelu Kajiyi). Cabral a kol. [21] rovněž ukládali výsledky simulací do tabulek, ale reprezentovali je pomocí sférických harmonických. Hanrahan a Krueger [22] simulovali podpovrchový rozptyl světla a k ukládání výsledků používali uniformní rozdělení hemisféry. Gondek, Meyer a Newman [15] oproti tomu používali adaptivní rozdělení koule.

Některé novější reprezentace BRDF využívají i wavelety [23] a Zernikovy polynomy [24].

Název modelu	Anizotropní	Poměr mezi dif. a zrc. odrazem	Princip modelu	Reprezentace
Ashikhmin, Shirley	ano	fixní	empirický	funkce
Cabral a kol.	-	-	tabelovaná výšková pole představující nerovnosti povrchu	tabulky
Cook a Torrance	ne	fixní	optika paprsku	funkce
Gondek, Meyer, Newman	ano	-	vlnová optika	adaptivní koule
He, Torrance, Sillion, Greenberg	ano	-	vlnová optika	funkce
Kajiya	ano	-	Kirchhoffovy zákony	tabulky
Lafortune, Foo, Torrance, Greenberg	ano	variabilní	empirický	funkce
Lambert	ne	pouze dif.	empirický	funkce
Oren, Nayar	ne	pouze dif.	optika paprsku	funkce
Phong	ne	fixní	empirický	funkce
Poulin a Fournier	ano	ne	optika paprsku	funkce
Schlick [4]	ne	fixní	empirický	funkce
Schlick [5]	ano	variabilní	empirický	funkce
Shirley, Hu, Smits, Lafortune	ne	variabilní	empirický	funkce
Torrance a Sparrow, Blinn	ne	fixní	optika paprsku	funkce
Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos	ne	fixní	empirický	funkce
Ward	ano	fixní	lineární funkce	funkce

Tabulka 2: Přehled modelů a jejich vlastností .

3.3 Izotropní modely

V této sekci se budeme věnovat izotropním modelům. Postupně si ukážeme Phongův model a modely z něj odvozené, pak se soustředíme na rodinu modelů Torrance a Sparrow a v závěru si ukážeme model pro leštěné povrchy Shirley, Hu, Smits, Lafortune. Dokumentační obrázky budou z důvodu ucelenosti pohledu umístěny v sekci výsledků, neboť rozdíly při individuálním pohledu nejsou dostatečně patrné.

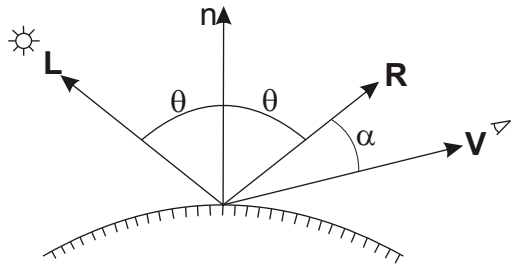
3.3.1 Phongův model

Phongův model, publikovaný v roce 1975, je nejklasičtější model používaný v počítačové grafice. Ačkoliv jeho výsledky nejsou příliš fotorealistické, díky své jednoduchosti je implementován v hardwaru většiny grafických karet a podporován různými grafickými knihovnami, např. Open GL.

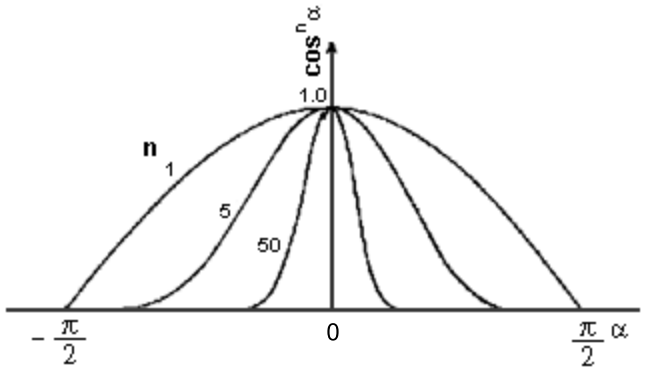
Phong vypozoroval, že pro velmi lesklé povrchy je odlesk na tělese malý a jeho intenzita směrem k okraji velmi rychle klesá. Oproti tomu, na matných tělesech je větší a jeho intenzita klesá k okrajům plynuleji. Proto se rozhodl modelovat útlum odraženého světla v závislosti na úhlu mezi pozorovatelem a vektorem $\overrightarrow{R}$ pomocí funkce $\cos^n \alpha$ (viz. obrázek 13), kde $\cos \alpha = \overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{R}$ a parametr n je *ostrost obrazu* (angl. *shininess*) a nabývá hodnot:

- nekonečno pro ideální zrcadlo,

- > 200 pro lesklé materiály,
- 0, 1 pro zcela matné materiály (např. karton).



Obrázek 13: Označení vektorů a úhlů při odrazu paprsku světla.

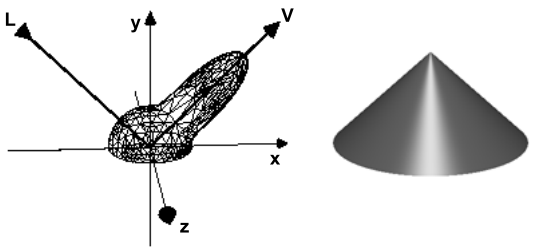


Obrázek 14: Útlum zrcadlového odrazu světla pro úhly α v závislosti na hodnotě parametru n.

Kromě zrcadlové složky musíme do modelu zahrnout i difúzní a ambientní složku (nezdrojové světlo s konstantním množstvím vyzařovaného světla do všech směrů) a vzdálenost zdroje d. Výsledná rovnice pak bude mít tvar:

$$I_r = k_a I_a + I_i \left[k_d \cdot \left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{L} \right) + k_s \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{R} \right)^n \right] \tag{32}$$

kde k_a představuje koeficient odrazu ambientní složky světla, k_d koeficient odrazu difúzní složky a k_s koeficient odrazu zrcadlové složky. V případě barevné verze musíme tuto rovnici aplikovat na složky R, G, B.

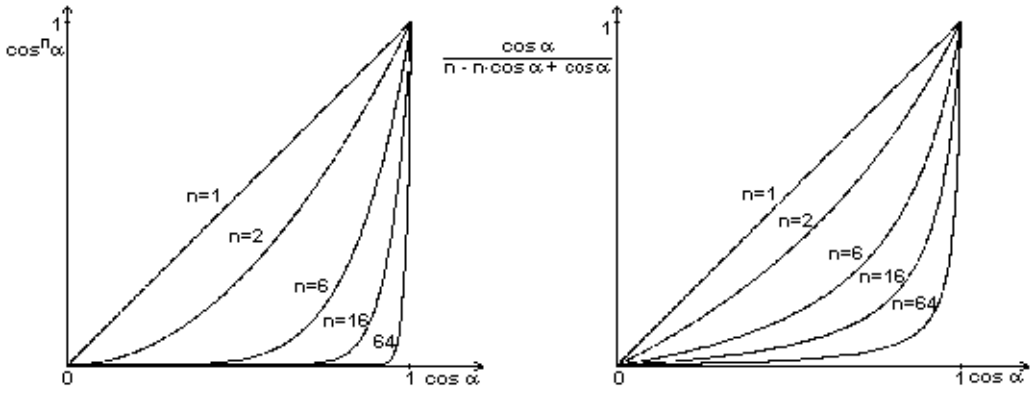


Obrázek 15: Phongův model - zobrazení průběhu funkce a odraz na povrchu kuželu ($n = 20$).

Obrázek 15 ukazuje typický lalokovitý tvar Phongovy funkce a výsledek osvětlení kuželu s Phongovým modelem se směrovým zdrojem světla.

3.3.2 Schlickova aproximace

Výpočetně nejnáročnější částí Phongova modelu je umocnění $\cos^n \alpha$. Protože se jedná pouze o empirický model snažící se vytvořit vjem odlesku na povrchu, Schlick ve svém článku [4] představil jednodušší funkci $\frac{\cos\alpha}{n-n\cos\alpha+\cos\alpha}$ s podobným průběhem (viz. obrázek16):



Obrázek 16: Schlickova aproximace: vlevo funkce $\cos^n \alpha$, vpravo funkce $\frac{\cos\alpha}{n-n\cdot\cos\alpha+\cos\alpha}$.

Množství odraženého světla pak můžeme získat podle rovnice:

$$I_r = k_a I_a + I_i \left[k_d \cdot \left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{L} \right) + k_s \cdot \frac{\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{R}}{n - n\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{R} \right) + \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{R} \right)} \right] \tag{33}$$

3.3.3 Lewisův model a vzorkování BRDF

Phongův model není ani reciprocitní, ani nesplňuje zákon zachování energie. Protože však je jednoduchý a dává pro řadu použití docela dobré výsledky, pokusil se ho Lewis [26] upravit, aby splňoval obě podmínky. Výsledná BRDF má tvar:

$$f\left(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i\right) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \cdot \frac{n+2}{2\pi} \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{R} \right)^n \tag{34}$$

Lafortune s Willemsem [14] k tomuto modelu navrhli způsob vzorkování pro Monte Carlo, přičemž provádí integraci zvlášť pro difúzní a zvlášť pro zrcadlovou složku.

Nejprve se podle hodnoty náhodné veličiny ξ z intervalu [0,1] rozhodnou, podle které složky se bude integrovat:

- $0 \leq \xi < \rho_d$: Difúzní vzorek
- $\rho_d \leq \xi < \rho_d + \rho_s$: Zrcadlový vzorek
- $\rho_d + \rho_s \leq \xi \leq 1$: Příspěvek od vzorku je nulový

kde ρ_d a ρ_s jsou výsledky integrace BRDF u difúzní a zrcadlové složky. Jako odhady při výpočtu je možné použít k_d a k_s, u zrcadlové složky je však lepší použít primární odhad:

$$< \rho_s >= k_s \frac{n+2}{n+1} \cos\theta_r \tag{35}$$

Je-li $\frac{n+2}{n+1}\cos\theta_r > 1$, je z důvodu zákona zachování energie přesnějším odhadem $< \rho_s >= k_s$.

Monte Carlo odhad podle difúzní složky BRDF:

Difúzní vzorek je brán podle cosinové distribuční funkce:

$$p\left(\overrightarrow{L}\right) = \frac{1}{\pi} \cos\theta_i \tag{36}$$

Monte Carlo odhad pak je:

$$I_r = k_d \cdot \frac{\frac{1}{\pi}}{p\left(\overrightarrow{L}\right)} \cos\theta_i \cdot I_i = k_d \cdot I_i \tag{37}$$

Elevaci a azimut vzorkovaného směru je možné pro dvě náhodné veličiny ξ_e, ξ_a z intervalu [0,1] získat jako:

$$[\theta_i, \phi_i] = \left[\arccos\sqrt{\xi_e}, 2\pi\xi_a\right] \tag{38}$$

Vektor vzorkovaného směru $\overrightarrow{L}$ je:

$$[x, y, z] = [\sin\theta_i\cos\phi_i, \sin\theta_i\sin\phi_i, \cos\theta_i] = \left[\sqrt{1-\xi_e}\cos(2\pi\xi_a), \sqrt{1-\xi_e}\sin(2\pi\xi_a), \sqrt{\xi_e}\right] \tag{39}$$

Monte Carlo odhad podle zrcadlové složky BRDF:
Pro odhad zrcadlové části BRDF je použita distribuční funkce:

$$p\left(\overrightarrow{L}\right) = \frac{n+1}{2\pi}\cos^n\alpha \tag{40}$$

Monte Carlo odhad získáme podle rovnice:

$$I_r = k_s \cdot \frac{n+2}{n+1}\cos\theta_i \cdot I_i \tag{41}$$

Vektor vzorkovaného směru $\overrightarrow{L}$ je možné získat následujícím způsobem: Nejprve je pomocí hustoty pravděpodobnosti generován vektor odraženého paprsku $\overrightarrow{R}$ a z něj je následně získán vektor $\overrightarrow{L}$ (viz. obrázek 13 u Phongova modelu). Úhel α_{rm} a azimut ϕ_{rm} vektoru $\overrightarrow{R}$ jsou generovány jako:

$$[\alpha_{rm}, \phi_{rm}] = \left[\arccos\xi_e^{\frac{1}{n+1}}, 2\pi\xi_a\right] \tag{42}$$

Zavedením kartézského systému $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$, kde:

- $\overrightarrow{k} = \overrightarrow{V}$
- $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{V} \times \overrightarrow{n}$
- $\overrightarrow{j} = \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{k}$

dostáváme:

$$\overrightarrow{R} \quad = \quad \sin\alpha_{rm}\cdot\cos\phi_{rm}\cdot\overrightarrow{i} + \sin\alpha_{rm}\cdot\sin\phi_{rm}\cdot\overrightarrow{j} + \cos\phi_{rm}\cdot\overrightarrow{k} \tag{43}$$

Vektor $\overrightarrow{L}$ získáme rotací vektoru $\overrightarrow{R}$ kolem normály povrchu $\overrightarrow{n}$:

$$\overrightarrow{L} = 2\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{R}\right)\cdot\overrightarrow{n} - \overrightarrow{R} \tag{44}$$

3.3.4 Model pro kovové materiály (Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos)

Lewisova úprava Phongova modelu se stala základem pro řadu dalších modelů. Jedním z nich je i model Neumanna, Neumanna a Szirmay-Kalose [27] určený pro modelování kovových materiálů. Kovy vykazují několik vlastností:

- Difúzní odraz je zanedbatelný.
- Barva odrazu je dána Fresnelovým faktorem, pro velké úhly dopadu materiál bledne.
- Se zmenšující se hrubostí povrchu se kov blíží ideálnímu zrcadlu. BRDF ideálního zrcadla je

  $$f(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) = \frac{\delta\cdot F(\mu,\theta)}{\cos\theta_i} \tag{45}$$

  kde δ je Diracova funkce, $F(\mu,\theta)$ Fresnelův faktor a θ_i úhel dopadu.
- Pro velké úhly dopadu se většina světla odráží pod větším úhlem, než je úhel dopadu.

Tento model splňuje všechny tyto vlastnosti kovů až na poslední.

Problém fyzikálně věrohodného Phongova modelu je, že pro velké úhly dopadu množství odraženého světla díky výrazu $\cos^n \alpha \cdot \cos \theta_i$, vznikajícímu při integraci, velmi rychle klesá, což není pro kovy typické. Aby byl tento vliv eliminován, musí BRDF obsahovat vynásobení $1/\cos \theta_i$. Vynásobením pouze $1/\cos \theta_i$ bychom se však vrátili k původnímu, nereciprocitnímu Phongovu modelu. Proto autoři museli najít člen, který by byl reciprocitní vzhledem k úhlu dopadu a odrazu. Zvolili:

$$\frac{1}{\max\left(\cos \theta_i, \cos \theta_r\right)}$$

BRDF tohoto modelu má tvar:

$$f\left(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i\right) = \frac{n+2}{2\pi} \cdot \frac{\cos^n \alpha}{\max\left(\cos \theta_i, \cos \theta_r\right)} \cdot F\left(\mu, \min\left(\theta_i, \theta_r\right)\right) \tag{46}$$

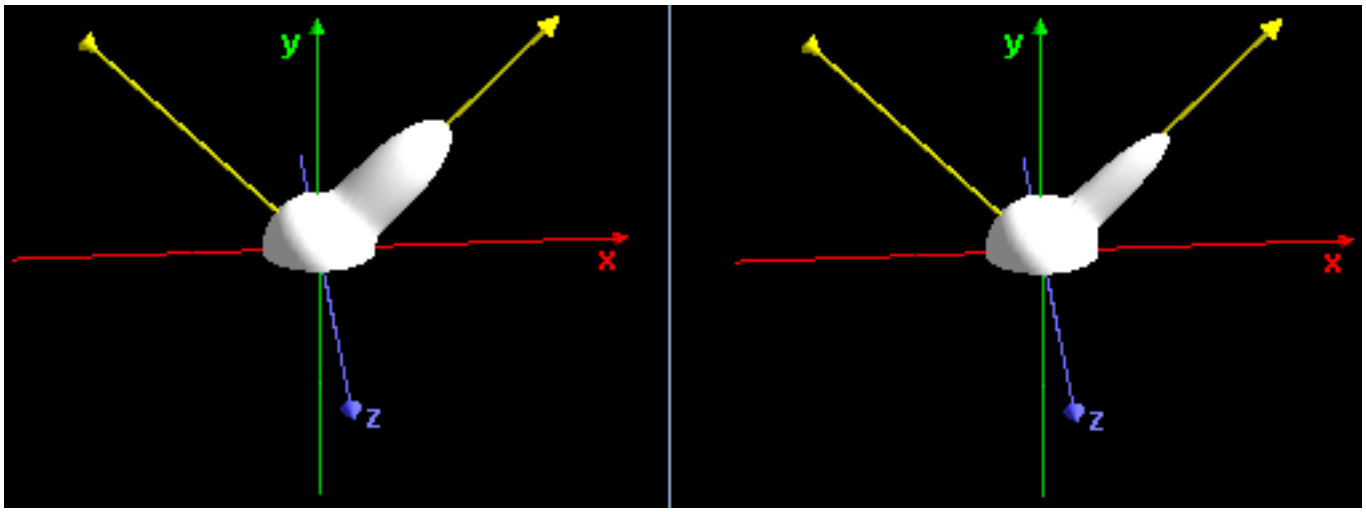
kde μ je index lomu materiálu. Pro plastické materiály může BRDF navíc obsahovat i difúzní složku jako v Lewisově modelu.

Pro vzorkování BRDF zvolili autoři stejný postup, jako Lafortune s Willemsem s tím rozdílem, že vzorkují pouze podle zrcadlové složky odrazu (difúzní je u kovů zanedbatelná). Proto pro Monte Carlo odhad získáváme výraz:

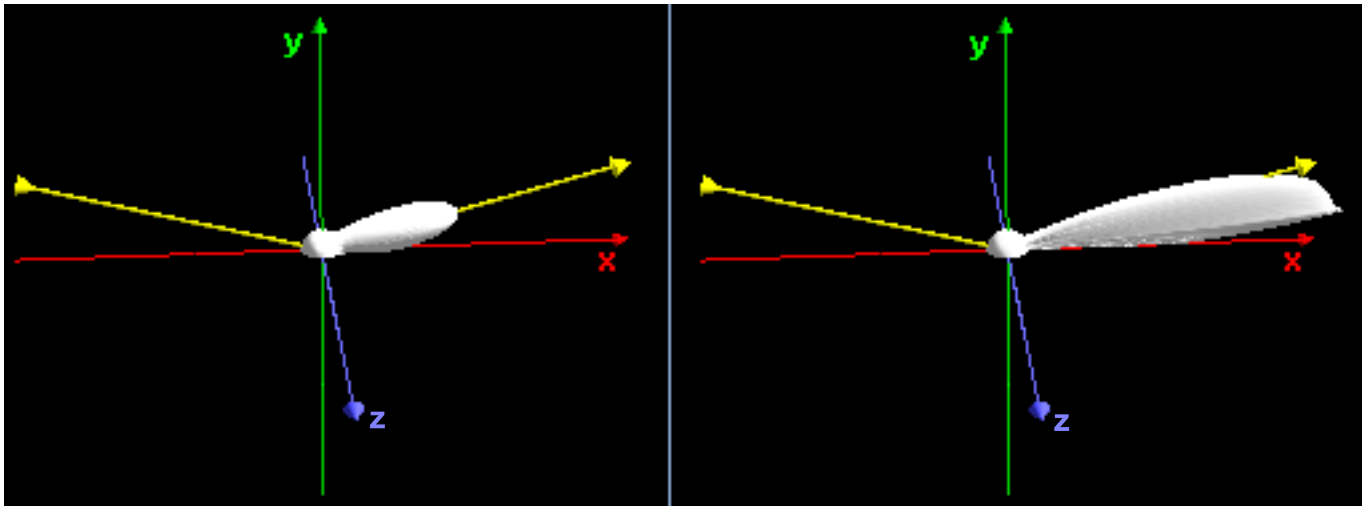
$$I_r = I_i \cdot \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{\cos \theta_i}{\max\left(\cos \theta_i, \cos \theta_r\right)} \cdot F\left(\mu, \min\left(\theta_i, \theta_r\right)\right) \tag{47}$$

3.3.5 Torrance a Sparrow a jeho modifikace

Rodina modelů založená na modelu Torrance a Sparrowa [3] vychází na rozdíl od Phongova modelu z fyzikálních základů (byť rovněž není fyzikálně věrohodný), nicméně výsledek je Phongovu modelu poměrně blízký. Liší se zejména tím, že pro velké úhly dopadu není množství odraženého světla nejvyšší ve směru úhlu odrazu, ale více se přimyká k povrchu (obrázky 17, 18).



Obrázek 17: Phongův model a model ($n = 20$) Torrance a Sparrowa ($\mu = 8$, $\sigma = 10$) pro úhel dopadu 45°.

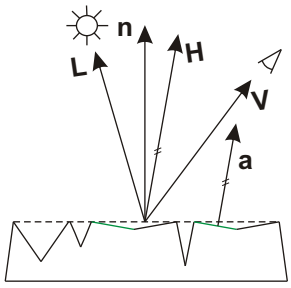


Obrázek 18: Phongův model a model ($n = 20$) Torrance a Sparrowa ($\mu = 8$, $\sigma = 10$) pro úhel dopadu 75°.

Teoretický model představený Torrancem a Sparrowem v roce 1967, obsahující výše zmíněný efekt je založen na představě, že povrch je složen ze symetrických dlouhých žlábků ve tvaru písmene V z ideálních zrcadel. Jejich tvar a orientace na povrchu jsou dány normálním rozložením.

K zrcadlové složce odrazu přispívají jen ty plošky, které mají normálu orientovanou ve směru vektoru $\overrightarrow{H}$ (viz. obrázek 19).

$$\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{L} + \overrightarrow{V}}{\left|\overrightarrow{L} + \overrightarrow{V}\right|} \tag{48}$$



Obrázek 19: Vyznačení vektorů u modelu T&S.

Zrcadlový odraz je kombinací čtyř faktorů:

$$S = \frac{D \cdot G \cdot F}{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{V}} \tag{49}$$

kde je:

- D distribuční funkce směrů plošek na povrchu,
- G množství plošek, které se vzájemně zastiňují,
- F Fresnelův faktor.

Vzhledem k tomu, že množství odraženého světla závisí na počtu plošek s normálou shodnou s vektorem $\overrightarrow{H}$, musíme vzít v potaz, že pozorovatel vidí větší plochu povrchu, je-li povrch nakloněn. Nárůst plochy je úměrný převrácené hodnotě cosinu úhlu mezi normálou povrchu $\overrightarrow{n}$ a pozicí pozorovatele $\overrightarrow{V}$. Proto se ve výrazu pro zrcadlovou složku dělí výrazem $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{V}$.

Množství odraženého světla můžeme podobně jako u výše zmíněného Phonga zapsat jako:

$$I_r = k_a I_a + I_i \left[k_d \cdot \left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{L}\right) + k_s \cdot S\right] \tag{50}$$

kde k_d je koeficient odrazu difúzní složky světla a k_s koeficient odrazu zrcadlové složky světla.

Distribuční funkce D:

K zrcadlové složce odrazu mohou přispívat jen ty plošky, které mají svou lokální normálu shodnou s vektorem $\overrightarrow{H}$. Výraz D představuje vyhodnocení rozdělení počtu plošek orientovaných daným směrem.

Ve *Phongově* modelu jsou složky G a F ignorovány a

$$D = \cos^n \alpha \tag{51}$$

kde α je úhel mezi směrem odrazu a pozorovatelem.

V modelu *Torrance a Sparrowa* je

$$D = e^{-(\alpha \cdot \sigma)^2} \tag{52}$$

kde α je odchylka vektoru $\overrightarrow{H}$ od normály povrchu $\overrightarrow{n}$ a σ představuje směrodatnou odchylku a jedná se o vlastnost materiálu. Pro matná tělesa je σ velká, pro lesklá malá.

Blinn [29] použil vzorec:

$$D = \left(\frac{\varepsilon^2}{\cos^2 \alpha \cdot (\varepsilon^2 - 1) + 1} \right)^2 \tag{53}$$

neboť poskytoval podobné výsledky a byl výpočetně jednodušší. Blinn modeloval plošky jako elipsoidy s excentricitou ε ($\varepsilon = 0$ pro velmi lesklé povrchy a $\varepsilon = 1$ pro velmi matné povrchy).

Beckmann se Spizzichinem [28] upravili model tak, aby zahrnoval velkou škálu materiálů včetně drsných těles. Jádrem jejich modelu je distribuční funkce, která má pro hrubší plochy tvar:

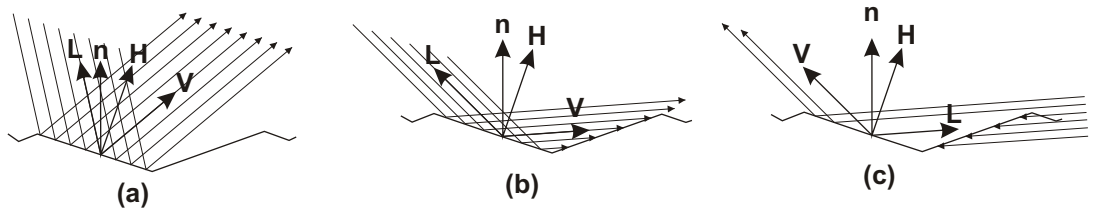
$$D = \frac{1}{m^2 \cdot \cos^4 \alpha} \cdot e^{-\left(\frac{\tan^2 \alpha}{m^2}\right)} \tag{54}$$

Ta je poměrně náročná na výpočet, ale nezavádí žádné nadbytečné konstanty. Proměnná m je střední kvadratická hodnota rozdělení (angl. rms slope) a nabývá malých hodnot pro hladké, lesklé povrchy a velkých hodnot pro hrubé, matné povrchy. Pro zcela hladké povrchy je pak distribuční funkce závislá i na vlnové délce [28].

Geometrický útlum G:

Některé plošky si navzájem stíní, snižujíce množství buď dopadajícího, nebo odraženého světla. Veličina, která popisuje tímto vzniklý útlum se nazývá *Geometrical attenuation factor*. Může nabývat hodnot (mezi 0 a 1) představujících podíl světla, které zůstane po odstínění. Výpočet G předpokládá, že elementární plošky jsou ve tvaru žlábků ve tvaru písmene V (se stejným úhlem k normále povrchu, ale s opačnou orientací v páru). V závislosti na pozici pozorovatele a zdroje mohou nastat tři situace (viz. obrázek 20):

$$\left.\begin{array}{l} G_a = 1,0 \\ G_b = 2\dfrac{\left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{H}\right) \cdot \left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{V}\right)}{\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}} \\ G_b = 2\dfrac{\left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{H}\right) \cdot \left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{V}\right)}{\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}} \end{array}\right\} G \quad = \quad \min\left(G_a, G_{b,} G_c\right) \tag{55}$$



Obrázek 20: T&S: a) Odraz světla od povrchu b) Zastínění pozorovatele c)Zamaskování zdroje světla

Fresnelův faktor F:

Koeficient F, který byl detailně popsán v sekci 1.1.1, představuje podíl světla, které se na plošce neabsorbuje ale odrazí se. Je to funkce úhlu dopadu $\theta = \cos^{-1}\left(\overrightarrow{L}\cdot\overrightarrow{H}\right) = \cos^{-1}\left(\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{H}\right)$ a indexu lomu μ. Pro kovy s velkým indexem lomu je F téměř rovno 1 pro všechny úhly dopadu (např. hliník), pro nevodiče s malým indexem lomu je $F \cong 0$ pro $\theta = 0$ a $F \cong 1$ pro $\theta = \frac{\pi}{2}$ (např. sklo). Trigonometrickými úpravami může být funkce zjednodušena na:

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}\left(\frac{g-c}{g+c}\right)^2 \cdot \left(1+\left(\frac{c\cdot(g+c)-1}{c\cdot(g-c)+1}\right)^2\right) \\ c &= \overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{H} \\ g &= \sqrt{\mu^2+c^2-1} \end{aligned} \tag{56}$$

3.3.6 Cook a Torrance

Model Cooka a Torrance je podobný modelům Torrance a Sparrowa, resp. Blinna. Základní rozdíl spočívá v tom, že nový model pracuje i s velikostí zdroje světla (model na rozdíl od modelu klasického Phonga i Torrance a Sparowa pracuje s prostorovým úhlem). Tento model není vhodný pro Monte Carlo integraci, protože nelze podobně jako u Torrance a Sparowa určit správně hustotu pravděpodobnosti, podle které by byly vysílány paprsky.

Intenzita ozáření dopadajícího světla je vyjádřena jako energie za sekundu na metr čtvereční. Množství dopadajícího světla je vztaženo k promítnuté ploše a prostorovému úhlu (ozáření). Intenzita ozáření příchozího paprsku je proto:

$$E_i = I_i \cdot \left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right)\cdot\omega_i \tag{57}$$

Pro každý zdroj definovali Cook s Torrancem *obousměrnou odrazivost* (angl. *Bidiretional reflectance*), pro kterou se posléze vžilo označení BRDF:

$$f_\lambda\left(\theta_r,\phi_r,\theta_i,\phi_i\right) = \frac{I_r}{E_i} \tag{58}$$

Množství odraženého světla u tohoto modelu můžeme tedy vypočítat jako:

$$I_r = f_\lambda\left(\theta_r,\phi_r,\theta_i,\phi_i\right)\cdot I_i\cdot\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right)\cdot\omega_i \tag{59}$$

Započteme-li do výsledku i ambientní složku a rozdělíme-li obousměrnou odrazivost na difúzní a zrcadlovou složku, získáme finální vzorec Cooka a Torrance:

$$I_r = R_a\cdot I_a + \sum_{zdroje} I_i\cdot\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right)\cdot\omega_i\cdot\left(d\cdot R_d + s\cdot R_s\right) \tag{60}$$

kde $s+d=1$.

Koeficienty R_a, R_s a R_d představují útlum ambientní, zrcadlové a difúzní složky odráženého světla pro příslušnou frekvenci. R_a je lineární kombinací R_s a R_d.

I v modelu Cooka a Torrance se předpokládá, že povrch je tvořen z náhodně rozmístěných zrcadlových plošek, které přispívají k zrcadlové složce odrazu jen tehdy, je-li jejich normála ve směru vektoru $\overrightarrow{H}$. Zrcadlová složka má rovnici:

$$R_s = \frac{D\cdot G\cdot F}{\pi\cdot\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right)\cdot\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{V}\right)} \tag{61}$$

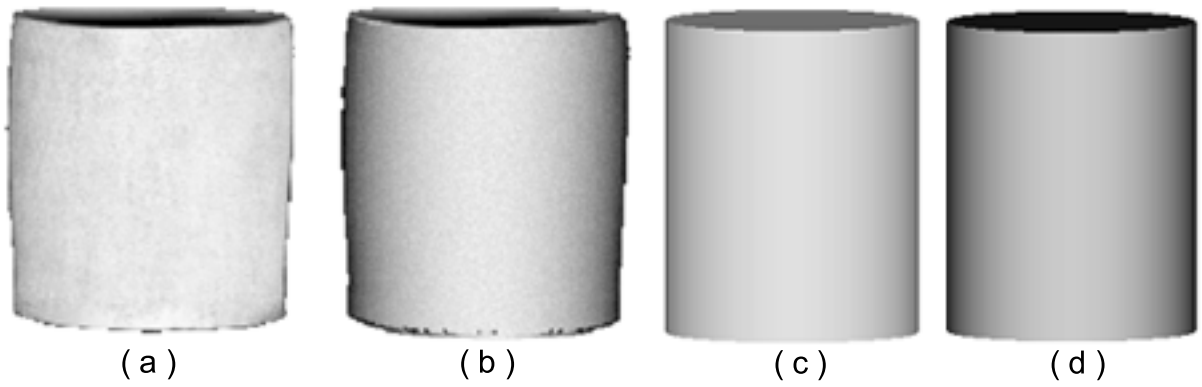
Význam i vzorce D, G a F jsou stejné jako u Blinna, resp. Beckmanna.

3.3.7 Oren a Nayar

Odraz světla od těles můžeme rozdělit do dvou tříd: Odraz, ke kterému dochází na povrchu tělesa v důsledku interference světla na hranici dvou prostředí s různým indexem odrazu a odraz pod povrchem tělesa (angl. *Subsurface scattering*) v důsledku rozptylu světla v materiálu. Většina předchozích modelů se soustředila na odraz na povrchu tělesa a pro odraz uvnitř tělesa využívaly Lambertův model, kdy se těleso jeví stejně jasné ze všech směrů pohledu.

Oren a Nayar však upozornili ve své práci, že existuje řada objektů (např. keramická válcovitá váza ozařovaná jedním bodovým zdrojem na obrázku 21), které toto chování nevykazují.

Váza na obrázku 21(a) byla získána snímáním CCD kamerou, tatáž váza na obrázku 21(b) byla získána vyrenderováním pomocí Lambertova modelu. Na těchto dvou obrázcích převzatých z práce Orena a Nayara

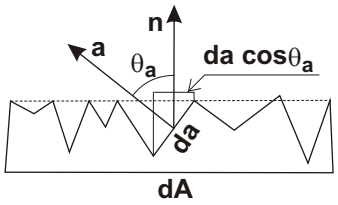


Obrázek 21: Oren a Nayar: a) CCD Snímek reálné vázy b) Lambertův model vázy c) Orenův a Nayarův model válce ($\rho = 2,85$, $\sigma = \pi/2$) d) Lambertův model válce.

je patrný plynulý přechod směrem k okrajům vázy, kdežto u reálné vázy zůstává jas téměř konstantní po celém povrchu. Stejné chování můžeme najít např. u betonu, písku, Měsíce a oblečení, kde je povrch poměrně drsný. Proto autoři představili nový model, který v limitním případě degraduje na Lambertův model.

Na obrázku 21(c) je pro porovnání snímek válce získaného pomocí Orenova a Nayarova modelu a na obrázku 21(d) tentýž válec vytvořený pomocí Lambertova modelu.

Nový model předpokládá, že povrch tělesa je tvořen žlábky ve tvaru písmene V. Každý žlábek má dvě stejně velké, opačně orientované strany, o mnoho větší, než je vlnová délka záření, přičemž šířka plošky je podstatně menší, než její délka. Tuto představu zavedli Torrance a Sparrow s tím rozdílem, že zde jsou jednotlivé plošky tvořeny Lambertskými povrchy. Oproti předchozím modelům není vliv odrazu pod povrchem tělesa stejný, ale roste se zmenšující se vzdáleností od tělesa. Každá ploška je definována elevací θ_a a azimutem ϕ_a.



Obrázek 22: Vyznačení průmětů plošek na povrch tělesa a označení vektorů.

Torrance a Sparrow používali rozdělení N(θ_a, ϕ_a) k určení počtu plošek o velikosti da (viz. obrázek 22) na jednotku povrchu, které mají normálu $\overrightarrow{a} = [\theta_a, \phi_a]$ rovnoběžnou s vektorem $\overrightarrow{H}$. V tomto modelu ho Oren s Nayarem nahradili tzv. *slope-area distribution* P(θ_a, ϕ_a), která představuje podíl z povrchu, který je osazen ploškami s normálou rovnoběžnou s vektorem $\overrightarrow{H}$ (projekce plošek na povrch tělesa). Platí:

$$P(\theta_a, \phi_a) = N(\theta_a, \phi_a) \cdot da \cdot \cos\theta_a \tag{62}$$

Povrch ozařujeme vzdáleným bodovým zdrojem ve směru $\overrightarrow{L} = [\theta_i, \phi_i]$ a odražené světlo snímáme jedním čidlem ve směru $\overrightarrow{V} = [\theta_r, \phi_r]$. Oren a Nayar definovali *promítnutou zářivost* (angl. *projected radiance*) jako tok $d\Phi_r$ odražený ploškou, vztažený k velikosti průmětu plošky na povrch tělesa a prostorovému úhlu $d\omega_r$, který obsáhne čidlo:

$$I_{rp}(\theta_a, \phi_a) = \frac{d\Phi_r(\theta_a, \phi_a)}{(da \cdot \cos\theta_a) \cdot \cos\theta_r \cdot d\omega_r} \tag{63}$$

Celkovou zářivost povrchu získáme integrací přes všechny plošky povrchu:

$$I_r(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) = \int_{\theta_a=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi_a=0}^{2\pi} P(\theta_a, \phi_a) \cdot I_{rp}(\theta_a, \phi_a) \cdot \sin\theta_a \cdot d\phi_a \cdot d\theta_a \tag{64}$$

Povrch ze shodně orientovaných plošek (angl. Uni-directional Single-Slope Distribution):

Nejdříve budeme uvažovat povrch, kdy veškeré plošky mají shodnou elevaci θ_a a azimut ϕ_a nebo $\phi_a + \pi$. Uvažujme Lambertskou plošku s albedem ρ, která je plně osvícena a viditelná. Zářivost takové plošky je úměrná ozáření a je rovna

$$\frac{\rho}{\pi} E\left(\theta_a, \phi_a\right) \tag{65}$$

Ozáření takové plošky je:

$$E\left(\theta_a, \phi_a\right) = E_0 \cdot \left(\overrightarrow{L} \cdot \overrightarrow{a}\right) \tag{66}$$

kde E_0 představuje ozáření při $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{n}$.
Tok odražený ploškou ve směru senzoru můžeme zapsat jako:

$$d\Phi_r = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cdot \left(\overrightarrow{L} \cdot \overrightarrow{a}\right) \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{a}\right) \tag{67}$$

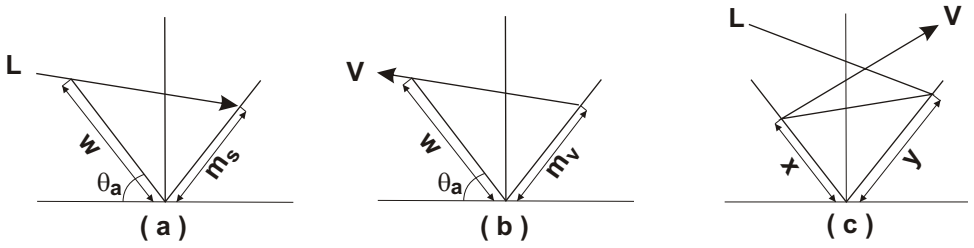
Dosazením (67) do (63) pak získáme výraz pro promítnutou zářivost:

$$I_{rp}\left(\theta_a, \phi_a\right) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cdot \frac{\left(\overrightarrow{L} \cdot \overrightarrow{a}\right) \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{a}\right)}{\left(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{n}\right) \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{n}\right)} \tag{68}$$

Z výrazu je patrné, že promítnutá zářivost nakloněné Labertské plošky není shodná pro všechny směry.

Geometrický útlum:

Když pozorovatel i zdroj světla leží ve směru normály povrchu $\left(\overrightarrow{L} = \overrightarrow{V} = \overrightarrow{n}\right)$, je každá ploška plně viditelná a osvětlena. Pro větší úhly dopadu a odrazu se však plošky částečně vzájemně zastiňují (viz. obrázek 23).



Obrázek 23: Vzájemné působení mezi dvojicí plošek a) Stínění b) Maskování c) Vícenásobný odraz.

Tato redukce jasu může být geometricky odvozena a zahrnuta do jediného faktoru G:

$$G = \min\left(1, \max\left(0, \frac{2 \cdot \left(\overrightarrow{L} \cdot \overrightarrow{n}\right) \cdot \left(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{n}\right)}{\left(\overrightarrow{L} \cdot \overrightarrow{a}\right)}, \frac{2 \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{n}\right) \cdot \left(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{n}\right)}{\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{a}\right)}\right)\right) \tag{69}$$

Takto získaný útlum můžeme zahrnout do promítnuté záře (68), ta pak získá tvar:

$$I^1_{rp}\left(\theta_a, \phi_a\right) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cdot \frac{\left(\overrightarrow{L} \cdot \overrightarrow{a}\right) \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{a}\right)}{\left(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{n}\right) \cdot \left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{n}\right)} \cdot G\left(\overrightarrow{L}, \overrightarrow{V}, \overrightarrow{a}\right) \tag{70}$$

Jednička ve výrazu označuje, že se jedná o přímé ozáření zdrojem světla.

Vzájemné odrazy mezi ploškami:

Nyní se budeme zabývat ozářením plošky v důsledku odrazu na jiné plošce. Tímto způsobem vzniklou promítnutou zářivost pak budeme označovat $I^2_{rp}\left(\theta_a, \phi_a\right)$. V případě Lambertských povrchů se energie ztrácí při odrazech velmi rychle. Proto nemá smysl modelovat odrazy na více než dvou ploškách. S ohledem na to,

že délka plošky výrazně převyšuje její šířku, můžeme jev modelovat jako jednorozměrný s translační symetrií. Pak lze odvodit výraz:

$$\begin{aligned} I^2_{rp}(\theta_a,\phi_a) &= \frac{\rho^2}{2\pi}E_0 \cdot \frac{\left(\overrightarrow{L}\cdot\overrightarrow{a'}\right)\cdot\left(\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{a}\right)}{\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{n}\right)\cdot\left(\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{n}\right)} \cdot \left[d\left(1,\frac{m_v}{w}\right)+d\left(1,\frac{m_s}{w}\right)-d\left(\frac{m_s}{w},\frac{m_v}{w}\right)-d(1,1)\right] \quad (71)\\ d(x,y) &= \sqrt{x^2+2\cdot x\cdot y\cdot\cos(2\theta_a)+y^2}\\ \overrightarrow{a} &= [\theta_a,\phi_a]\\ \overrightarrow{a'} &= [\theta_a,\phi_a+\pi] \end{aligned}$$

kde m_v je šířka části plošky, která není viditelná pozorovateli (obrázek 23(b)), m_s šířka části plošky, která není osvětlena (obrázek 23(a)), w šířka plošky, $\overrightarrow{a}$ normála plošky a $\overrightarrow{n}$ normála povrchu (obrázek 22).

Zářivost vyzářená ploškou je součtem zářivosti odražené přímo I^1_{rp} a zářivosti po odrazu na dvou ploškách I^2_{rp}. Protože povrch je tvořen dvěma typy plošek - s normálami (θ_a,ϕ_a)a $(\theta_a,\phi_a+\pi)$, je výsledná zářivost odražená povrchem průměrem jejich odražených zářivostí:

$$I^{1,2}_{rp}(\theta_a,\phi_a) = \frac{I^1_{rp}(\theta_a,\phi_a)+I^1_{rp}(\theta_a,\phi_a+\pi)+I^2_{rp}(\theta_a,\phi_a)+I^2_{rp}(\theta_a,\phi_a+\pi)}{2} \quad (72)$$

Na začátku našich úvah jsme zavedli pojem *slope-area distribution* $P(\theta_a,\phi_a)$ (rovnice 62) představující počet částic na jednotku povrchu, které mají normálu $\overrightarrow{a}=[\theta_a,\phi_a]$. Celkovou zářivost povrchu získáme součtem přes všechny plošky povrchu dosazením rovnice 72 do rovnice 64:

$$I_r(\theta_r,\phi_r,\theta_i,\phi_i) = P(\theta_a,\phi_a)\cdot I^{1,2}_{rp}(\theta_a,\phi_a)\cdot\sin\theta_a \quad (73)$$

Povrch z plošek se shodnou elevací a s azimutem s rovnoměrným rozdělením (angl. Isotropic Single-Slope Distribution):

Jak již napovídá název, nyní se budeme zabývat povrchem, kdy veškeré plošky mají stejnou elevaci θ_a a azimut podléhá rovnoměrnému rozdělení. V předchozí sekci jsme vyhodnocovali promítnutou zářivost pro plošku s normálou $\overrightarrow{a}=[\theta_a,\phi_a]$ jako součet dvou složek: Složky vzniklé přímým odrazem světla ze zdroje $I^1_{rp}(\theta_a,\phi_a)$ a složky vzniklé odrazem již jednou odraženého světla od jiné plošky $I^2_{rp}(\theta_a,\phi_a)$. Pro nyní diskutované izotropní povrchy ji získáme integrováním přes všechny možné azimuty:

$$I^{1,2}_{rp}(\theta_a) = \frac{1}{2\pi}\int_{\phi_a=0}^{2\pi}\left(I^1_{rp}(\theta_a,\phi_a)+I^2_{rp}(\theta_a,\phi_a)\right)d\phi_a \quad (74)$$

Povrch s Gaussovým rozdělením (angl. Gaussian Slope-Area Distribution):

Povrch diskutovaný výše se skládal ze žlábků, u kterých měly všechny plošky stejnou elevaci θ_a. Vymodelovaný povrch se může však tvářit reálně jen v tom případě, když obsahuje velké množství různě orientovaných plošek. Celkovou zářivost získáme pak integrováním přes všechny plošky:

$$I_r(\theta_r,\theta_i,\phi_r-\phi_i) = \int_{\theta_a=0}^{\frac{\pi}{2}} P(\theta_a,\phi_a)\cdot I^{1,2}_{rp}(\theta_a)\cdot\sin\theta_a\cdot d\phi_a \quad (75)$$

kde θ_i je úhel dopadu, θ_r úhel odrazu, $I^{1,2}_{rp}(\theta_a)$ je promítnutá záře z předchozího odstavce (rovnice 74) a $P(\theta_a,\phi_a)$ Gaussovo rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2. Pro rozumně hrubé povrchy můžeme předpokládat $\mu=0$, pak získáme:

$$P(\theta_a) = c\cdot e^{\left(-\frac{\theta_a^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (76)$$

kde c je normalizační konstanta.

Aproximace:

Získaný integrál přesně vystihuje model, ale bohužel je náročný na výpočet. Proto Oren s Nayerem přišli se dvěma jeho aproximacemi.

Aproximace číslo 1:

$$\begin{aligned} I^1_r(\theta_r,\theta_i,\phi_r-\phi_i,\sigma) &= \frac{\rho}{\pi}E_0\cdot\cos\theta_i\left[C_1+\cos(\phi_r-\phi_i)\cdot C_2\tan\beta\cdot\right.\\ &\quad\left.\cdot(1-|\cos(\phi_r-\phi_i)|)\cdot C_3\cdot\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right] \quad (77) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \max(\theta_r, \theta_i) \\
\beta &= \min(\theta_r, \theta_i) \\
C_1 &= 1 - 0,5\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0,33} \\
C_2 &= \begin{cases} 0,45\frac{\sigma^2}{\sigma^2+0,09}\sin\alpha & ,\cos(\phi_r - \phi_i) \geq 0 \\ 0,45\frac{\sigma^2}{\sigma^2+0,09}\left(\sin\alpha - \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^3\right) & ,\cos(\phi_r - \phi_i) < 0 \end{cases} \\
C_3 &= 0,125\left(\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0,09}\right)\left(\frac{4\alpha\beta}{\pi^2}\right)^3
\end{aligned}
$$

$$
I_r^2(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma) = 0,17\frac{\rho^2}{\pi}E_o \cdot \cos\theta_i \cdot \left[1 - \cos(\phi_r - \phi_i)\left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^2\right] \tag{78}
$$

$$
I_r(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma) = I_r^1(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma) + I_r^2(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma) \tag{79}
$$

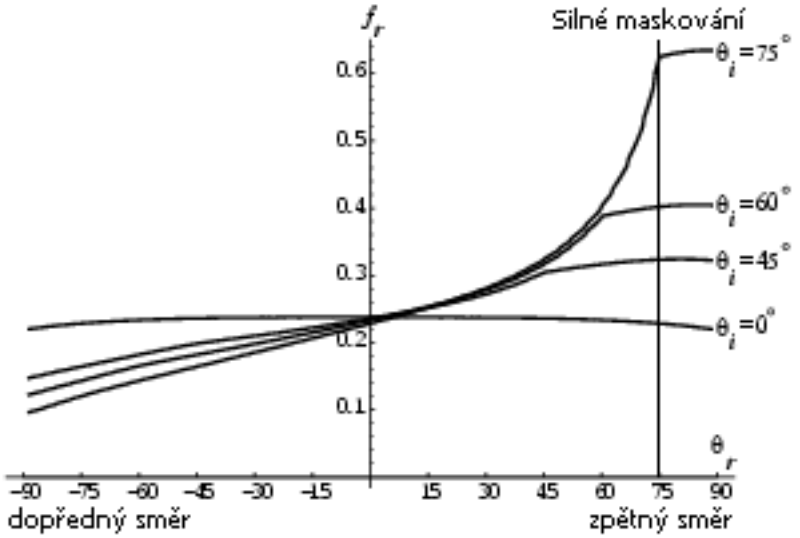
Aproximace číslo 2:

$$
\begin{aligned}
I_r(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma) &= \frac{\rho}{\pi}E_0 \cdot \cos\theta_i \cdot [A + B \cdot \max(0, \cos(\phi_r - \phi_i)) \cdot \sin\alpha \cdot \tan\beta] \qquad (80) \\
A &= 1 - \frac{\sigma^2}{2(\sigma^2 + 0,33)} \\
B &= 0,45\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0,09}
\end{aligned}
$$

kde θ_i je úhel dopadu, θ_r úhel odrazu, ρ je albedo plošky a σ směrodatná odchylka Gaussova rozdělení $P(\theta_a, \phi_a)$.

BRDF:
BRDF tohoto modelu získáme jako:

$$
f(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma) = \frac{I_r(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i, \sigma)}{E_0 \cdot \cos\theta_i} \tag{81}
$$



Obrázek 24: Oren a Nayar: Průběh BRDF pro různé úhly dopadu při $\sigma = 40°$ a $\rho = 0,9$.

Na obrázku 24 je vidět průběh BRDF při různých úhlech dopadu. Křivka je získána numerickým řešením výše zmíněného integrálu. Zde je patrné téměř Lambertské chování při velmi malých úhlech dopadu.

Ve zpětném směru (ke zdroji) vyzařování roste k maximu, kdy dochází k silnému vzájemnému zastiňování mezi ploškami. Tento vrchol nastává při $\theta_r = \theta_i$ a je nezávislý na hrubosti povrchu. V dopředném směru (zdroj a pozorovatel leží v jiném poloprostoru odděleni normálou) je většina plošek zastíněna a silně se projevují odrazy mezi ploškami.

3.3.8 Shirley, Hu, Smits, Lafortune

Tento empirický model je velmi vhodný pro modelování povrchů, skládajících se z matného podkladu a horní lesklé vrstvy. Protože spodní vrstva může odrážet pouze tu energii, která již nebyla odražena horní vrstvou, jejíž schopnost odrazu se mění s úhlem odrazu, je třeba, aby oba odrazy byly vzájemně svázány.

Odraz horní vrstvou zpravidla modelujeme zrcadlovým odrazem a odraz spodní vrstvou difúzním odrazem. Proto je třeba, aby poměr mezi difúzní a zrcadlovou složkou závisel na úhlu dopadu (viz. strana 22).

Jako měřítko se velmi dobře hodí Fresnelův faktor. Protože však jeho výpočet je náročný, přišel Schlick ve své práci [6] s jeho aproximací:

$$F_\lambda(\theta) = F_\lambda(0) + (1 - \cos\theta)^5 \cdot (1 - F_\lambda(0)) \tag{82}$$

kde $F_\lambda(0)$ je odrazivost materiálu při nulovém úhlu dopadu.
Difúzní složka modelu by měla být jednoduchá a reciprocitní. Proto autoři představili tuto BRDF:

$$f(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) \approx k \cdot k_d \cdot [1 - F(\theta_i)][1 - F(\theta_r)] + F(\theta_i) \cdot \rho_s(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) \tag{83}$$

$$\begin{aligned} f(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) &= k \cdot k_d \cdot \left[1 - (1 - \cos\theta_i)^5\right]\left[1 - (1 - \cos\theta_r)^5\right] + \\ &+ \left[F(0) + (1 - \cos\theta_i)^5 \cdot (1 - F(0))\right] \cdot \rho_s(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) \end{aligned} \tag{84}$$

$$k = \frac{21}{20\pi(1 - F(0))}$$

$$F(0) \in [0,03; 0,06]$$

kde k_d a F_0 jsou vlastnosti materiálu pro danou frekvenci světla a $\rho_s(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i)$ je libovolná funkce pro zrcadlový odraz světla.

Vzorkování: K BRDF je třeba definovat i způsob, jakým budou vybírány směry vzorků. Autoři článku zvolili postup, kdy se nejdříve podle náhodného čísla určí, zda se bude vzorkovat podle difúzní či zrcadlové složky a v případě zrcadlové složky se vzorkuje BRDF podle té metody, která přísluší zvolené metodě výpočtu zrcadlové složky osvětlovacího modelu. V případě difúzní složky se hustota pravděpodobnosti rovná:

$$p(\theta_i, \phi_i) = \left[1 - (1 - \cos\theta)^5\right] \cdot \cos\theta_i \tag{85}$$

Pak aproximací dostáváme elevaci a azimut vektoru vzorku:

$$\theta_i = \arccos\left(\frac{38295,9\xi_e^3 + 13002,4\xi_e^2 + 154,4\xi_e + 0,0114813}{16520\xi_e^3 + 33596,4\xi_e^2 + 1483,57\xi_e + 1}\right) \tag{86}$$

$$\phi_i = 2\pi\xi_a \tag{87}$$

kde ξ_e a ξ_a jsou náhodná čísla z intervalu [0, 1].

3.4 Anizotropní modely

Tato sekce se věnuje anizotropním modelům. Všechny tyto modely čerpají z dříve popsaných izotropních modelů, které zobecňují pro popis anizotropních povrchů.

3.4.1 Schlickův model - A Survey of Shading and Reflectance Models

Schlick [7] se pokusil vytvořit anizotropní, empirický model, který by byl výpočetně málo náročný. Vyšel z modelu Torrance a Sparrow, kde aproximoval členy G a F a člen D formuloval tak, aby vykazoval anizotropní vlastnosti.

Pro aproximace Fresnelova faktoru vedly Schlicka dva důvody:

- Výpočet pomocí výrazu (56) je zbytečně náročný a chyba vzniklá aproximací (autor uvádí méně než 1%) je podstatně nižší, než chyba renderování.
- Index lomu a extinkční koeficient materiálu často nejsou známy nebo jsou známy jen pro střed viditelného spektra ($\lambda = 589nm$, sodíková lampa). Oproti tomu, existuje řada měření Fresnelova faktoru při nulovém úhlu dopadu.

Výsledkem aproximace je výraz:

$$F_\lambda\left(\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{H}\right) = F_\lambda(0) + \left(1-\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{H}\right)^5\cdot\left(1-F_\lambda(0)\right) \tag{88}$$

kde $F_\lambda(0)$ je odrazivost materiálu při nulovém úhlu dopadu.

Při aproximaci *geometrického útlumu* G vyšel Schlick z formulace navržené Smithem [30, 19]:

$$\begin{aligned} G(\theta_i,\theta_r) &= G(\theta_i)\,G(\theta_r) \\ G(\theta) &= \frac{g}{g+1} \\ g &= \sqrt{h\pi}\left(2-\operatorname{erfc}\sqrt{h}\right) \\ h &= \frac{\cos^2\theta}{2m^2\left(1-\cos^2\theta\right)} \end{aligned} \tag{89}$$

kde m je střední kvadratická hodnota rozdělení. Teoreticky je $m \in [0,\infty)$, prakticky pro reálné povrchy nepřevyšuje hodnotu 0,5.[3]

Tato funkce má i přes svojí komplikovanou formulaci poměrně jednoduchý průběh (obrázek 25), proto Schlick přišel s její velmi jednoduchou aproximací:

$$\begin{aligned} G(\theta) &= \frac{\cos\theta}{\cos\theta - k\cdot\cos\theta + k} \\ k &= \sqrt{\frac{2m^2}{\pi}} \end{aligned} \tag{90}$$

Pro člen D navrhl autor tento výraz:

$$\begin{aligned} D(\delta,\phi) &= \frac{1}{m\cdot n\cdot\left(p-p\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{n}\right)^2+\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{n}\right)^2\right)^2} \\ p &= \frac{\cos^2\phi}{m^2}+\frac{1-\cos^2\phi}{n^2} \end{aligned} \tag{91}$$

kde m (resp. n) $\in [0,1]$ je hrubost povrchu ve směru tangenty povrchu (resp. kolmice na ní). Vektory jsou vyznačeny v obrázku 26.

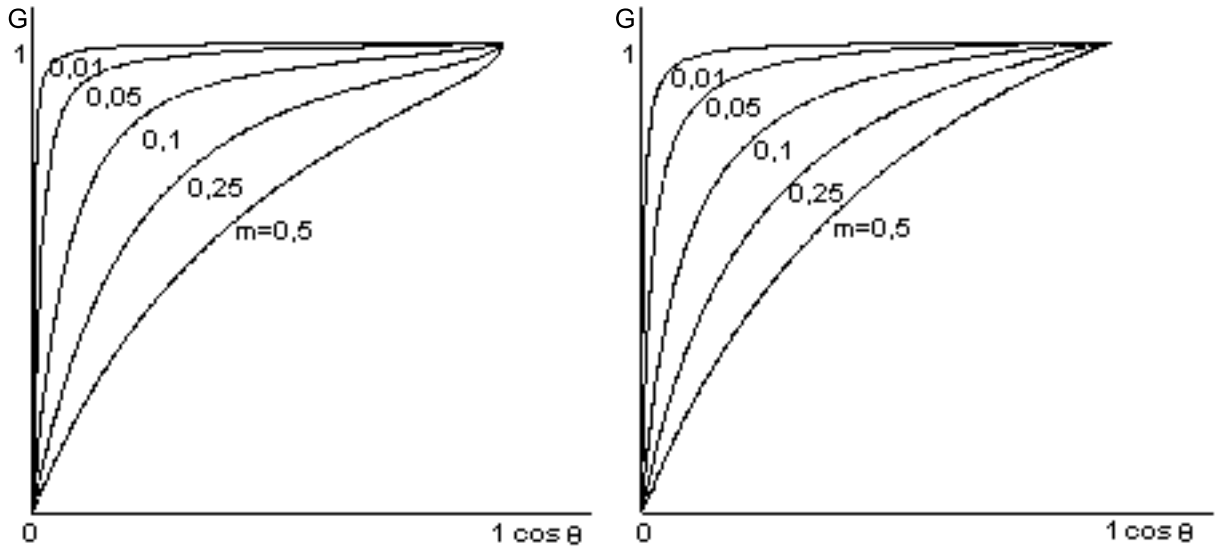
Výsledná BRDF má tvar:

$$f(\delta,\theta_r,\theta_i,\phi) = \sum_{i=1}^{\text{počet vrstev}} \frac{k_i}{4\pi\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right)\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{V}\right)} D(\delta,\phi)\,G(\theta_i,\theta_r)\,F_\lambda\left(\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{H}\right) \tag{92}$$

kde $\sum_{i=1}^{\text{počet vrstev}} k_i = 1$.

Obvykle vrstvy jsou dvě - difúzní a zrcadlový odraz.

[3] *erfc* je doplněk chybové funkce definovaný jako: $\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\pi}\int_z^\infty e^{-t^2}dt$.



Obrázek 25: Geometrický útlum pro různé hodnoty m: Vlevo Smithova $G(\theta)$, vpravo Schlickova aproximace.

3.4.2 Schlickův model - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering

U tohoto empirického modelu [6] se Schlick snažil, aby splňoval tyto požadavky:

- Zákon zachování energie a Helmholtzovu reciprocitu
- Anizotropnost
- Poměr mezi zrcadlovým a difúzním odrazem musí být závislý na úhlu dopadu
- Energie pohlcená geometrickým faktorem je vyzářena zpět do prostoru
- Malý počet parametrů
- Nízká složitost výpočtu

Schlick navrhl dva typy povrchů:

- Povrch tvořený *jedinou vrstvou* materiálu - homogenní materiály jako kov, sklo, papír

$$f(\delta, \theta_r, \theta_i, \phi) = F_\lambda\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right) D(\delta, \theta_r, \theta_i, \phi) \tag{93}$$

- Povrch tvořený *dvěma vrstvami* materiálu - materiály s heterogenními optickými vlastnostmi, např. plasty a leštěné povrchy

$$\begin{aligned} f(\delta, \theta_r, \theta_i, \phi) &= F_\lambda\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right) D(\delta, \theta_r, \theta_i, \phi) + \\ &+ \left[1 - F\lambda\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right)\right] \cdot F'_\lambda\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right) D'(\delta, \theta_r, \theta_i, \phi) \end{aligned} \tag{94}$$

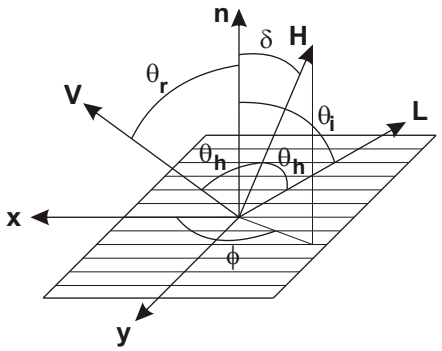
  kde $F_\lambda\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right)$ je aproximace Fresnelova faktoru (rovnice 88) a $D(\delta, \theta_r, \theta_i, \phi)$ směrový faktor. Vektory a úhly jsou vyznačeny na obrázku 26.

Každá vrstva povrchu je specifikována třemi parametry:

$C_\lambda \in [0,1]$	Odrazivost pro danou frekvenci λ
$r \in [0,1]$	Hrubost povrchu ($r = 0$: perfektně zrcadlový povrch, $r = 1$: perfektně difúzní povrch
$p \in [0,1]$	Izotropie povrchu ($p = 0$: perfektně anizotropní povrch, $p = 1$: perfektně izotropní povrch

Směrový faktor můžeme rozdělit na tři části:

- $Z(\delta)$ odpovědnou za útlum natočením plošek, pro $r = 0$ získáváme Diracovu funkci, pro $r = 1$ konstantní funkci (perfektně difúzní odraz).



Obrázek 26: Vyznačení vektorů a úhlů.

- $A(\phi)$ odpovědnou za anizotropní chování modelu.
- $G(\theta)$ odpovědnou za útlum vzniklý vzájemným si stíněním mezi ploškami.

$$D(\delta,\theta_r,\theta_i,\phi) = \frac{G(\theta_r)\,G(\theta_i)}{4\pi\left(\overrightarrow{L}\cdot\overrightarrow{n}\right)\left(\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{n}\right)}\cdot Z(\delta)\cdot A(\phi)+\frac{1-G(\theta_r)\,G(\theta_i)}{\pi}A(\phi) \tag{95}$$

$$Z(\delta) = \frac{r}{\left(r+r\cdot t^2-t^2\right)^2} \tag{96}$$

$$A(\phi) = \sqrt{\frac{p}{p^2-p^2\phi^2+\phi^2}} \tag{97}$$

$$G(\theta) = \frac{\cos\theta}{r-\cos\theta+\cos\theta} \tag{98}$$

Vzorkování: Pro použití v Monte Carlo technikách odvodil Schlick tyto rovnice pro získání elevace a azimutu:

$$\delta = \arccos\sqrt{\frac{\xi_e}{r-\xi_e+\xi_e}}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{p^2\xi_a^2}{1-\xi_a^2+p^2\xi_a^2}}$$

3.4.3 Wardův model

Ward se snažil vytvořit jednoduchý, anizotropní, empirický model s minimálním počtem parametrů tak, aby byl *fyzikálně věrohodný* a na který by bylo možné snadno namapovat data z gonioreflectometru. K tomuto účelu použil jednoduchý eliptický Gaussovský model, kde obvyklé členy jako Distribuční funkce natočení plošek, Geometrický útlum a Fresnelův faktor, tvořící problémy při Monte Carlo integraci, byly nahrazeny jediným členem.

BRDF Wardova modelu:

$$f(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i) = \frac{k_d}{\pi}+\frac{k_s}{\sqrt{\cos\theta_i\cos\theta_r}}\frac{e^{-\tan^2\delta\left(\frac{\cos^2\phi}{a_x^2}+\frac{\sin^2\phi}{a_y^2}\right)}}{4\pi\cdot a_x\cdot a_y} \tag{99}$$

kde:

k_d	Koeficient odrazu difúzní složky
k_s	Koeficient odrazu zrcadlové složky
a_x	Směrodatná odchylka rozdělení ve směru $\overrightarrow{x}$
a_y	Směrodatná odchylka rozdělení ve směru $\overrightarrow{y}$
δ	Úhel mezi vektory $\overrightarrow{H}$ a $\overrightarrow{n}$
ϕ	Azimut vektoru $\overrightarrow{H}$

Vektory a úhly jsou vyznačeny na obrázku 26.

Vyhovující aproximací je:

$$f\left(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i\right)=\frac{k_d}{\pi}+\frac{k_s}{4\pi\cdot a_x\cdot a_y\cdot\sqrt{\cos\theta_i\cos\theta_r}}\cdot e^{-2\frac{\left(\frac{\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{x}}{\overrightarrow{a_x}}\right)^2+\left(\frac{\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{y}}{\overrightarrow{a_y}}\right)^2}{1+\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{n}}} \tag{100}$$

V tabulce 4 v příloze A jsou uvedeny Wardem naměřené hodnoty pro vybrané materiály.

Vzorkování: Ward navrhl tyto funkce pro získání vektoru $\overrightarrow{H}$, ze kterého je dopočítán vektor $\overrightarrow{L}$:

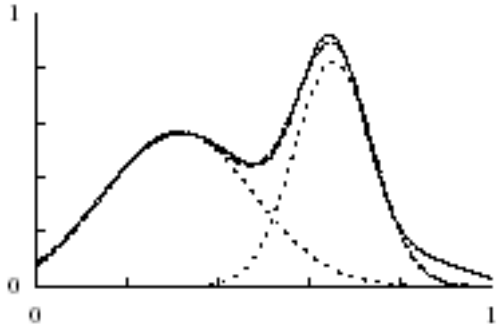
$$\delta = \sqrt{\frac{-\log\xi_e}{\cos^2\frac{\phi}{a_x^2}+\sin^2\frac{\phi}{a_y^2}}} \tag{101}$$

$$\phi = \arctan\left[\frac{a_y}{a_x}\tan\left(2\pi\xi_a\right)\right] \tag{102}$$

kde ξ_e, ξ_a jsou dvě náhodná čísla z intervalu [0, 1]. S tangensem v rovnici 26 je třeba zacházet tak, aby se nacházel v počátečním kvadrantu.

3.4.4 Lafortune, Foo, Torrance, Greenberg

Modely popisující BRDF pomocí lineárních funkcí, např. sférických harmonických, součtů separovatelných bikubických polynomů nebo waveletů, jsou poměrně výpočetně náročné a vyžadují velký počet parametrů. V této práci se autoři pokusili aproximovat BRDF skládáním několika nelineárních funkcí, jak ukazuje pro jednorozměrný případ obrázek 27.



Obrázek 27: Ukázka aproximace 1D funkce pomocí křivky Gaussova normálního rozdělení.

Autoři vyšli z Lewisovy úpravy Phongova modelu, kdy lalokovitý tvar BRDF je vytvářen pomocí funkce cosinus. Základní nevýhodou Phongova modelu je, že pro velké úhly dopadu výrazně klesá zrcadlovost odrazu, což je přesný opak chování většiny materiálů (při pohledu na vyleštěnou desku stolu shora je především vidět struktura dřeva, při pohledu z velkého úhlu se podstatně více odráží předměty položené na stole). Tento rozpor je zapříčiněn dvěma fakty. První jsme si již uvedli u modelu Shirley, Hu, Smits, Lafortune [12], kdy poměr mezi difúzní a zrcadlovou složkou odrazu by správně měl záviset na úhlu dopadu.

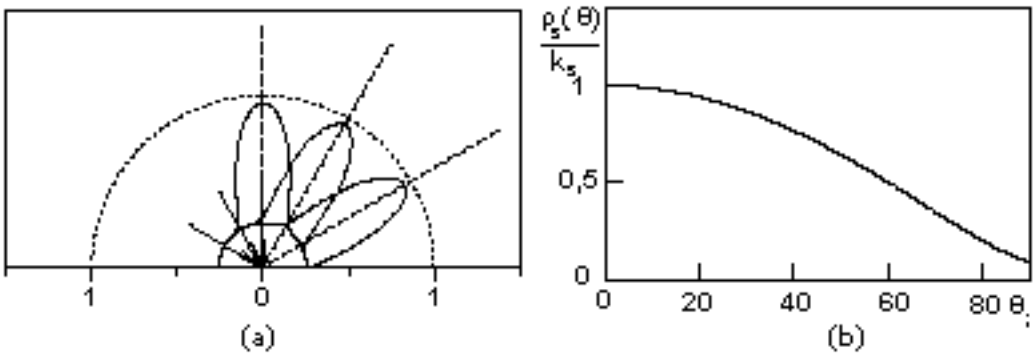
Druhý důvod, který uvádí autoři tohoto modelu ve své práci [31], je vidět z obrázku 28(a). Tvar a velikost laloku se pro různé úhly dopadu nemění a při velkých úhlech polovina z něj zmizí pod povrchem tělesa. Navíc při výpočtu množství odraženého světla se již tak malý podíl dopadajícího světla násobí cosinem úhlu dopadu. To má za následek, jak ukazuje obrázek 28(b), že albedo pro velké úhly dopadu velice rychle klesá.

Tento původní cosinový lalok může být zapsán jako:

$$f\left(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i\right)=k_s\cdot C_s\cdot\cos^n\alpha \tag{103}$$

kde α je úhel svíraný mezi směrem k pozorovateli $\overrightarrow{V}$ a směrem odraženého paprsku $\overrightarrow{R}$, k_s je maximální albedo (s hodnotami mezi 0 a 1), n ostrost obrazu a C_s normalizační faktor, aby model dodržoval zákon zachování energie.

$$C_s=\frac{n+2}{2\pi} \tag{104}$$



Obrázek 28: a) Cosinový lalok v polárních souřadnicích pro úhly dopadu 0°, 30° a 60° ($n = 20$, $k_s = 0,2$, $k_d = 0,8$) b) Relativní pokles albeda směrově-difúzního výrazu v závislosti na úhlu dopadu.

Protože cosinus může být přepsán jako skalární součin vektorů a zrcadlení kolem normály pomocí Householderovy matice, rovnice (103) pro klasický cosinový lalok může být zapsána ve formě:

$$f(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) = k_s \cdot C_s \cdot \cos^n\left(\overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{V}\right) = k_s \cdot C_s \cdot \left(\overrightarrow{L}^T \cdot \left(2 \cdot \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{n}^T - \overrightarrow{1}\right) \cdot \overrightarrow{V}\right)^n \tag{105}$$

Zobecněný model cosinového laloku:

Většina modelů, řeší výše zmíněný problém změnou měřítka laloku, čímž poruší Helmholtzovu reciprocitu. Autoři tohoto modelu vyšli z pozorování, že rovnice (105) může být zobecněna nahrazením Householderovy transformace spolu s normalizačním faktorem obecnou maticí 3x3 M, kde předpokládáme, že směrové vektory jsou vztaženy k lokálnímu souřadnému systému na povrchu.

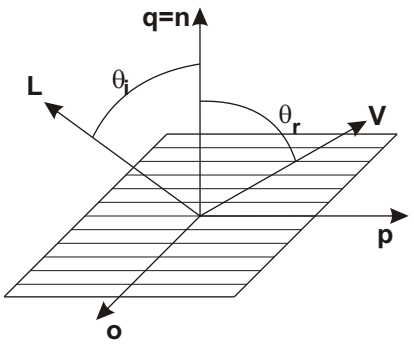
$$f(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) = k_s \cdot C_s \cdot \left(\overrightarrow{L}^T \cdot M \cdot \overrightarrow{V}\right)^n \tag{106}$$

Tímto nám reprezentace poskytla devět koeficientů matice a exponent, pomocí nichž můžeme tvarovat lalok BRDF.

Aby byla BRDF reciprocitní, musí být M symetrická podle hlavní diagonály: $M = M^T$. Nyní můžeme M dekomponovat na matici Q představující posun do nového lokálního souřadného systému a diagonální matici D:

$$M = Q^T \cdot D \cdot Q \tag{107}$$

Mimo neobvyklých druhů anizotropie jsou nyní osy srovnány s hlavními směry anizotropie (viz obrázek 29).



Obrázek 29: Lokální souřadný systém odpovídající hlavním směrům anizotropie.

Na diagonální matici D můžeme nahlížet jako na vážený skalární součin vektorů $\overrightarrow{L}$ a $\overrightarrow{V}$:

$$f(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) = k_s \cdot (C_o \cdot L \cdot V_o + C_p \cdot L \cdot V_p + C_q \cdot L \cdot V_q)^n \tag{108}$$

V případě izotropních povrchů se $C_o = C_p$, originální cosinový model lze získat stanovením koeficientů $-C_o = -C_p = C_q = \sqrt[n]{C_s}$.

Zobecněná funkce (rovnice 106) má jednu elegantní a velice praktickou vlastnost: Pro daný úhel dopadu může být přepsána jako klasická funkce popisující cosinový lalok se změnou měřítka:

$$f(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i) = k_s \cdot ||\overrightarrow{L}^T \cdot M||^n \cdot \left(\frac{\overrightarrow{L}^T \cdot M}{||\overrightarrow{L}^T \cdot M||} \cdot \overrightarrow{V}\right)^n = k_s \cdot C_s\left(\overrightarrow{L}\right) \cdot \left(\overrightarrow{L'} \cdot \overrightarrow{V}\right) =$$

$$= k_s \cdot C_s\left(\overrightarrow{L}\right) \cdot \cos^n \alpha' \tag{109}$$

$$\overrightarrow{L'} = \left(\frac{\overrightarrow{L}^T \cdot M}{||\overrightarrow{L}^T \cdot M||}\right)^T \tag{110}$$

$$C_s\left(\overrightarrow{L}\right) = ||\overrightarrow{L}^T \cdot M||^n \tag{111}$$

Koeficient C_s měnící měřítko je mocninou normalizačního faktoru a proto se mění s úhlem dopadu. Pro specifický případ rovnice 108 platí:

$$\overrightarrow{L'} = \frac{(C_o \cdot L_o, C_p \cdot L_p, C_q \cdot L_q)^T}{\sqrt{C_o^2 \cdot L_o^2 + C_p^2 \cdot L_p^2 + C_q^2 \cdot L_q^2}} \tag{112}$$

$$C_s\left(\overrightarrow{L}\right) = \left(\sqrt{C_o^2 \cdot L_o^2 + C_p^2 \cdot L_p^2 + C_q^2 \cdot L_q^2}\right)^n \tag{113}$$

Důsledkem vynásobení je jak změna měřítka, tak změna natočení laloku a proto je zachována reciprocita.

Nelambertský difúzní odraz:

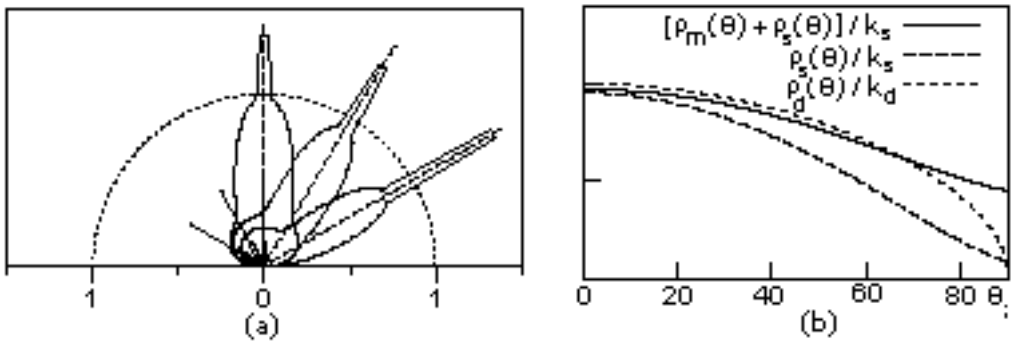
Získaný model může snadno degradovat na Lambertův model (pro $n = 0$).

Podstatným vizuálním efektem, vyskytujícím se v reálu je pokles difúzní složky odraženého světla pro velké úhly dopadu. Obecnou rotačně-symetrickou difúzní složku modelu lze získat z rovnice 108 dosazením koeficientů $C_o = C_p = 0$:

$$f(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i) = k_d \cdot \frac{n+2}{2\pi} \cdot (L \cdot V_q)^n \tag{114}$$

$$k_d \in [0,1]$$

Pro rostoucí úhly dopadu, resp. odrazu množství odražené energie klesá úměrně mocnině cosinu úhlu dopadu. Nelambertská difúzní složka je zobrazena na obrázku 30(a) jako malá kruhová složka blízko počátku souřadné soustavy. Na obr. 30(b) je zobrazena závislost albeda difúzní složky, normalizovaného parametrem k_d, na úhlu dopadu.



Obrázek 30: a) Klasický cosinový lalok v polárních souřadnicích ($n = 20$, $k_s = 0,2$) se zobecněným difúzním členem ($n = 0,5$, $k_d = 0,8$) a s dodatečným zrcadlovým členem ($\rho_m = 0,4$). b) Pokles albed difúzního členu ρ_d a směrově difúzního členu ρ_s s postupným převládáním zrcadlového členuρ_m.

Vyšší schopnost zrcadlového odrazu pro velké úhly dopadu:

Dalším podstatným vizuálním efektem je s rostoucím úhlem dopadu světla vzrůstající schopnost zrcadlového odrazu (např. navoskovaný stůl). Tohoto chování lze docílit začleněním zrcadlového členu do modelu k dosud již zahrnutému difúznímu a difúzně-směrovému členu. Směrově-difúzním členem může být v nejjednodušším případě běžný cosinový lalok. Zrcadlový člen je určen k výpočtu odrazu té části světla, která není

započítána do směrově-difúzní složky. V jednoduchém případě bude funkce zahrnující tyto dva odrazy mít tvar:

$$f\left(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i\right)=k_s\cdot C_s\cdot\cos^n\left(\overrightarrow{R}\cdot\overrightarrow{V}\right)+\left(k_s-\rho_s\left(\overrightarrow{L}\right)\right)\cdot\rho_m\cdot\delta\left(\overrightarrow{R}-\overrightarrow{V}\right) \tag{115}$$

kde δ je Diracova funkce a $k_s-\rho_s\left(\overrightarrow{L}\right)$ je rozdíl mezi koeficientem útlumu u směrově difúzní složky a aktuálním albedem pro daný úhel dopadu. Parametr ρ_m vyjadřuje část ze světla ztraceného při směrově-difúzním odrazu, která je odražena zrcadlovou složkou. V tomto případě je vhodné zvolit

$$C_s=\frac{n+1}{2\pi} \tag{116}$$

Zrcadlová složka je přibližnou aproximací Fresnelova výrazu a geometrického útlumu, zmiňovaných např. v modelu Torrance a Sparrowa.

Odraz světla mimo úhel odrazu (angl. Off-specular reflection):
V této sekci se budeme zabývat jevem popsaným Torrancem a Sparowem: Pro velké úhly dopadu se většina světla neodrazí ve směru odrazu, ale lalok se pro směrově-difúzní odraz více přimkne k podložce a zvětší se. Phongův model tento jev neobsahuje a při pokusu o docílení tohoto jevu vydělením BRDF cosinem úhlu odrazu je porušena reciprocita.

Ve výše popsaném zobecněném modelu k tomuto jevu dochází bez porušení reciprocity, jestliže C_q je menší než $-C_o=-C_p$.

Anizotropie:
Model bude vykazovat vlastnosti anizotropického povrchu, budou-li parametry C_o a C_p mít různou hodnotu. Obecnější anizotropie je možné dosáhnout, nebude-li matice M v rovnici 106 symetrická. Reciprocita modelu pak bude zachována přidáním výrazu popisujícího odraz, který bude obsahovat matici M^T.

3.4.5 Ashikhmin, Shirley - Anizotropní Phongův model

Anizotropní Phongův model je další jednoduchý, empirický model, který si klade tyto cíle:

- Model splňuje zákony zachování energie a Helmholtzovu reciprocitu
- Model je anizotropní
- Model je řízen intuitivními parametry
- Model zahrnuje Fresnelův faktor
- Podíl zrcadlové a difúzní složky závisí na úhlu dopadu
- Model je vhodný pro Monte Carlo integraci

Pro Fresnelův faktor je využívána Schlickova aproximace [6]:

$$F\left(\theta\right)=F\left(0\right)+\left(1-\cos\theta\right)^5\cdot\left(1-F\left(0\right)\right) \tag{117}$$

kde $F\left(0\right)$ je odrazivost materiálu při nulovém úhlu dopadu.

Pro zrcadlovou složku platí:

$$\rho_s\left(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i\right)=\frac{\sqrt{\left(n_x+1\right)\left(n_y+1\right)}}{8\pi}\frac{\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{H}\right)^{n_x\cos^2\phi+n_y\sin^2\phi}}{\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{L}\right)\cdot\max\left(\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right),\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{V}\right)\right)}\cdot F\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{L}\right) \tag{118}$$

$$\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{L}\right)=\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{V}\right) \tag{119}$$

$$\rho_s\left(\theta_r,\theta_i,\phi_r,\phi_i\right)=\frac{\sqrt{\left(n_x+1\right)\left(n_y+1\right)}}{8\pi}\frac{\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{H}\right)^{\frac{n_x\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{x}\right)^2+n_y\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{y}\right)^2}{1-\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{H}\right)^2}}}{\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{L}\right)\cdot\max\left(\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{L}\right),\left(\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{V}\right)\right)}\cdot F\left(\overrightarrow{H}\cdot\overrightarrow{L}\right) \tag{120}$$

kde n_x je *ostrost obrazu* ve směru hlavní osy povrchu $\overrightarrow{x}$ a n_y je *ostrost obrazu* ve směru vedlejší osy $\overrightarrow{y}$, viz. obrázek 26. Zde je patrné, že autoři vyšli z modelu Neumanna, Neumanna a Kalose, který rozšířili pro

zahrnutí anizotropie podobným způsobem, jako Ward. Navíc, jak navrhl ve své práci Blinn [29], nahradili $cos\alpha$ výrazem $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{H}$.

U difúzního členu vyšli autoři z modelu Shirley, Hu, Smits, Lafortune:

$$\rho_d\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) = c \cdot k_d \cdot \left[1 - R\left(\theta_i, \phi_i\right)\right]\left[1 - R\left(\theta_r, \phi_r\right)\right] \tag{121}$$

kde c je normalizační konstanta, k_d koeficient odrazu difúzní složky a $R\left(\theta_i, \phi_i\right)$ celková odrazivost zrcadlového členu definovaná jako:

$$R\left(\theta_i, \phi_i\right) = \int_\Omega \rho_d\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) \cdot \cos\theta_r \cdot d\omega_r \tag{122}$$

Protože rovnici 118 nelze analyticky zintegrovat, autoři dospěli aproximací k výrazu pro zrcadlový člen:

$$\rho_d\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) = \frac{28 k_d}{23\pi} \cdot \left(1 - F\left(0\right)\right) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{L}}{2}\right)^5\right) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{V}}{2}\right)^5\right) \tag{123}$$

Celková rovnice BRDF je součtem obou částí:

$$f\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) = \rho_d\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) + \rho_s\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) \tag{124}$$

Tato metoda, kdy je nejdříve odraženo světlo zrcadlově a teprve zbytek je odrážen difúzně, skrývá jedno úskalí a to méně intuitivní způsob nastavování barev.

Vzorkování:
Autoři zvolili postup vzorkování, kdy nejprve hustoty pravděpodobnosti $p_h\left(\overrightarrow{H}\right)$ určí vektor $\overrightarrow{H}$ a z něj se následně dopočítá směr vrhaného paprsku $\overrightarrow{L}$.

$$p_h\left(\overrightarrow{H}\right) = \frac{\sqrt{\left(n_x + 1\right)\left(n_y + 1\right)}}{2\pi} \cdot \left(\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{H}\right)^{n_x \cos^2\phi + n_y \sin^2\phi} \tag{125}$$

$$\overrightarrow{L} = -\overrightarrow{V} + 2\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right)\overrightarrow{V} \tag{126}$$

Azimut a elevaci lze získat z dvou náhodných čísel ξ_a a ξ_e s rovnoměrným rozdělením podle:

$$\phi_h = \begin{cases} \arctan\left(\sqrt{\frac{n_x+1}{n_y+1}} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2}\xi_A\right)\right) & \xi_a \in \left([0; 0,25)\right) \\ \arctan\left(\sqrt{\frac{n_x+1}{n_y+1}} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2}\left(1 - 4\left(0,5 - \xi_A\right)\right)\right)\right) & \xi_a \in \left([0,25; 0,5)\right) \\ \arctan\left(\sqrt{\frac{n_x+1}{n_y+1}} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2}\left(1 - 4\left(0,75 - \xi_A\right)\right)\right)\right) & \xi_a \in \left([0,5; 0,75)\right) \\ \arctan\left(\sqrt{\frac{n_x+1}{n_y+1}} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2}\left(1 - 4\left(1 - \xi_A\right)\right)\right)\right) & \xi_a \in \left([0,75; 1)\right) \\ 0 & \xi_a = 1 \end{cases} \tag{127}$$

$$\theta_h = \arccos\left(\left(1 - \xi_e\right)^{\frac{1}{n_x \cos^2\phi + n_y \sin^2\phi + 1}}\right) \tag{128}$$

Protože je zde rozdíl v mírách v prostoru dopadajících/odražených paprsků a H-prostoru normál mikroplošek, musí být hustota pravděpodobnosti transformována pro použití v Monte Carlo metodách:

$$p\left(\overrightarrow{L}\right) = \frac{p_h\left(\overrightarrow{H}\right)}{4\left(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{H}\right)} \tag{129}$$

3.5 Vlnové modely

3.5.1 Gondek, Meyer, Newman

Na rozdíl od výše zmíněných modelů, tento model je založen na vlnové optice. Tím umožňuje i modelování jevů jako je fázový posuv světla a interference světla na planparalelních plochách. Pro udržování informace o množství odraženého světla do příslušných směrů využívá strom, reprezentující adaptivní kouli jednotkového poloměru obklopující povrch tělesa.

Naše vnímání jednotlivých těles závisí především na prostorovém rozložení a vlnovém složení světla odraženého od předmětů. Rozdíl v prostorovém rozložení způsobuje změny vzhledu jako lesk, opar, třpyt a průsvitnost. Vlnové složení způsobuje rozdílné vnímání odstínu, kontrastu a jasu.

Obě složky na nás působí společně. Např. spektrální rozložení světla odraženého od plastu není ovlivněno pouze pohlcujícími schopnostmi částic pigmentu uvnitř obsažených. Zdrsněním povrchu se zvýší podíl bílého světla odraženého různými směry od povrchu, čímž se sníží kontrast. U většiny modelů jsou změny vlnového složení zakomponovány do zrcadlové složky, ale u difúzní složky odrazu zůstává spektrální složení světla neměnné.

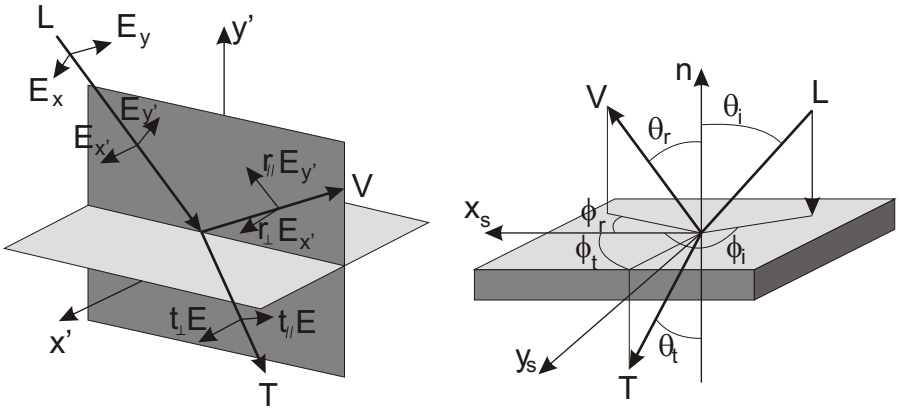
Světelné vlny, na nichž je postaven tento model, jsou popsány pomocí řady fyzikálních veličin jako vlnová délka, amplituda, rychlost šíření, polarizace a fáze. Vliv polarizace může být markantní po několika odrazech od dielektrik a kovů. Fáze je potřebná pro výpočet interference. My budeme brát v potaz pouze elektrická pole vln. Protože jsou dvě polarizace inkoherentní, můžeme při průchodu tělesem s nimi počítat nezávisle na sobě.

Každou vlnu můžeme popsat dvěma na sebe i na směr šíření kolmými složkami:

$$E_x = A_x \cdot \sin\left(\omega\left(t + \frac{P}{c}\right) + \delta_x\right), \qquad E_y = A_y \cdot \sin\left(\omega\left(t + \frac{P}{c}\right) + \delta_y\right) \tag{130}$$

kde A je amplituda, t je čas, ω je úhlová rychlost, P je optická vzdálenost, kterou paprsek urazil od zdroje do současné pozice, c je rychlost šíření světla ve vakuu a δ je vlnový posuv.

Když paprsek narazí na průhledné těleso, rozdělí se na paprsek odražený a paprsek procházející tělesem. Amplitudy vzniklých paprsků jsou vynásobeny Fresnelovými amplitudovými koeficienty ($r_\perp$, $r_\parallel$, $t_\parallel$), viz. obrázek 31. Nedochází-li k totálnímu odrazu, podléhají fázové posuvy Fresnelovým rovnicím (sekce 1.1.1),



Obrázek 31: Polarizační geometrie a úhly dopadu světla.

jinak je fázový posuv dán:

$$\tan\left(\frac{\delta_\perp}{2}\right) = -\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \mu^2}}{\cos\theta_i} \tag{131}$$

$$\tan\left(\frac{\delta_\parallel}{2}\right) = -\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \mu^2}}{\mu^2 \cdot \cos\theta_i} \tag{132}$$

kde $\delta_\perp$ a $\delta_\parallel$ jsou fázové posuvy pro pole rovnoběžné, resp. kolmé k rovině dopadu, θ_i úhel dopadu a μ podíl indexu lomu materiálu, do kterého prochází paprsek a indexu lomu materiálu, ze kterého paprsek přichází.

BRDF:

Ozáření povrchu je definováno jako:

$$I_{\lambda,i} = c \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A^2}{2} \tag{133}$$

kde ε_0 je permitivita vakua.

Je-li použito N paprsků k reprezentování dopadající vlny, pak spektrální vyzařování připadající na každý paprsek je:

$$I_{\lambda,r} = \left(\frac{c \cdot \varepsilon_0}{2N}\right) \cdot \left(A_{1,x}^2 + A_{1,y}^2 + A_{2,x} + A_{2,y}\right) \tag{134}$$

kde $A_{1,x}$, $A_{1,y}$, $A_{2,x}$, $A_{2,y}$ jsou amplitudy složek dvou inkoherentních polí asociovaných s paprskem.

Paprsky ze všech vzorkovaných směrů dopadu přispívají k BRDF. BRDF je poměr odraženého záření k dopadajícímu toku definovaný pro všechny vstupní a výstupní směry hemisféry nad povrchem:

$$f_\lambda\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) = \frac{I_{\lambda,r}\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right)}{I_{\lambda,i}\left(\theta_i, \phi_i\right)} = \frac{I_{\lambda,r}}{d\omega_r \cdot \cos\theta_r \cdot I_{\lambda,i}\left(\theta_i, \phi_i\right)} \tag{135}$$

kde θ_i, ϕ_i, resp. θ_r, ϕ_r představují elevaci a azimut dopadajícího, resp. odraženého paprsku a $d\omega_r$ prostorový úhel, kterým světlo opouští povrch. Tato definice předpokládá nepolarizované dopadající světlo a povrch neobsahující fluoreskující materiál.

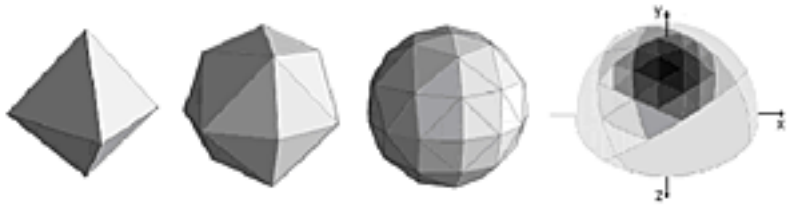
Datová struktura:

Cabral, Max a Springmeyer používali pro reprezentaci BRDF pole. Pod tímto způsobem si můžeme představit množinu věder na hemisféře nad povrchem, která zachycují odražené světlo.

Námi diskutovaný model využívá vylepšené řešení k získání kompaktní BRDF, resp. BTDF (podobně definované jako BRDF pro světlo procházející tělesem) a současně při renderování obrázků ray tracerem. Jedná se o adaptivně vytvářenou jednotkovou kouli nad povrchem tělesa, kde plochy koule slouží jako záchytná vědra. Je potřeba použít celou kouli, aby bylo možno pracovat s průhlednými tělesy. Navíc se dopadající paprsek může v závislosti na úhlu dopadu odrazit na druhou polokouli. Na obrázku 32 je vyznačen příklad rekurzivního dělení koule. BRDF pro buňku koule má tvar:

$$f_\lambda\left(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i\right) = \frac{I_{\lambda,k}}{I_{\lambda,i} \cdot d\omega_k \cdot \cos\theta_k} = \frac{1}{I_{\lambda,i} \cdot d\omega_k \cdot \cos\theta_k} \cdot \sum_R I_{\lambda,R} \tag{136}$$

pro všechny paprsky R procházející buňkou k.



Obrázek 32: Úrovně konstrukce geodetické koule a její adaptivní verze.

Adaptivní dělení:

Pro reprezentaci koule se používá osm kvadrinálních stromů (každý uzel má čtyři potomky). Každý kořen představuje jeden základní trojúhelník osmistěnu na obrázku 32. Stěny se rekurzivně dělí vždy na čtyři dílčí stěny. Uzel v hloubce i představuje trojúhelník vzniklý $i-1$ děleními. Dělení se provádí dle potřeby individuálně pro každou stěnu, aby bylo možno zachytit nejzajímavější části BRDF s minimálními nároky na systém. Na obrázku 32 je nejvíce vpravo zachycen odraz pod úhlem 25° od povrchu s Gaussovým rozdělením úhlu odrazu.

K určení, zda je potřeba rozdělit stěnu k na stěny $k1$, $k2$, $k3$, $k4$ je počítána výběrová směrodatná odchylka S pro každou vlnovou délku světelného toku procházejícího buňkami $k1$,..., $k4$. Je-li průměrná hodnota z S vyšší než práh, stěna se rozdělí a dále rekurzivně testuje. Jinak se do příslušného uzlu stromové struktury uloží záznam s úhly dopadu $[\theta_i, \phi_i]$, poměrem $\frac{I_{\lambda,k}}{I_{\lambda,i}}$ a značka, zda se jedná o odražený či procházející paprsek.

Transformace vektorů odrazu a průchodu světla:

Nyní se soustřeďme na problém přesného určení odraženého paprsku ve spojení s metodou adaptivního dělení. Všechny paprsky dopadající ze směru $[\theta_i, \phi_i]$ by měly být zachycovány vědrem ve směru $[\theta_i, \phi_i + \pi]$. To předpokládá velký stupeň dělení pro každý paprsek, spojený s velkými paměťovými a výpočetními nároky. Mimoto se v takové reprezentaci obtížně přesně interpoluje při renderování.

Za účelem komprese informace, autoři této práce definovali transformaci T_r, která je rotací o $-(\phi_i + \pi)$ kolem normály následovanou rotací o $-\theta_i$ kolem osy povrchu y_s. Podobným způsobem jsou transformovány

paprsky procházející koulí pomocí transformace T_t. Aplikací této transformace jsou všechny paprsky získané ideálním odrazem , resp. ideálním průchodem tělesa otočeny do směru normály a zachyceny jediným vědrem. Každé vědro může obsahovat více záznamů pro jednotlivé směry dopadu. Tímto způsobem lze uložit všechny zrcadlové laloky do poměrně malého počtu věder. Pomocí úhlů dopadu uložených v záznamu pak lze snadno získat inverzní transformaci T_r^{-1}, resp. T_t^{-1} pro výpočet původních úhlů odrazu.

Interpolace funkce:
Protože povrch je vzorkován diskrétním počtem směrů dopadajícího světla, stromová struktura obsahuje BRDF, resp. BTFT, kterou lze vyhodnotit pouze pro příslušné směry. Pro ostatní směry budeme uložené výsledky interpolovat. Budiž navzorkovány směry $[\theta_1, \phi_1]$, $[\theta_1, \phi_2]$, $[\theta_2, \phi_1]$, $[\theta_2, \phi_2]$ a námi požadovaný směr $[\theta_i, \phi_i]$ tak, že $\theta_1 \leq \theta_i \leq \theta_2$ a $\phi_1 \leq \phi_i \leq \phi_2$. Výsledek může být získán ve dvou krocích. Zaprvé, pro všechny buňky, pro které převažuje jeden ze vzorkovacích směrů nad jinými směry se vytvoří společná skupina rozdělením buněk spojených se čtyřmi obklopujícími úhly dopadu. Nová skupina se stane množinou buněk spojených se směrem $[\theta_i, \phi_i]$. Zadruhé, pro buňky se vypočítá poměr $\frac{I_{\lambda,k}}{I_{\lambda,i}}$ bi-lineární interpolací mezi $[\theta_1, \phi_1]$, $[\theta_1, \phi_2]$, $[\theta_2, \phi_1]$ a $[\theta_2, \phi_2]$.

Vykreslování dat:
Výše uvedená interpolační metoda je použita v kontextu ray traceru. Díky reciprocitě může ray tracer nahlížet do scény buňkami použitými k zachytávání odraženého světla dopadajícího z $[\theta_r, \phi_r]$. Pro odražené světlo platí:

$$L(\theta_r, \phi_r) = \sum_k f_\lambda(\theta_r, \theta_i, \phi_r, \phi_i) \cdot L(\theta_k, \phi_k) \cdot \cos\theta_k \cdot d\omega_k \tag{137}$$

Po dosazení ze vztahu 136 do rovnice 137 pak získáme spektrální záření nezávislé na cosinu a prostorovém úhlu:

$$L(\theta_r, \phi_r) = \sum_k \frac{I_{\lambda,k}}{I_{\lambda,i}} \cdot L(\theta_k, \phi_k) \tag{138}$$

Velikost poměru $\frac{I_{\lambda,k}}{I_{\lambda,i}}$ určuje při Monte-Carlo metodách důležitost směru vzorkování, proto jsou buňky s vyšším poměrem častěji vzorkovány než jiné.

4 Implementace programu

Program je rozdělen do dvou, důsledně oddělených částí:

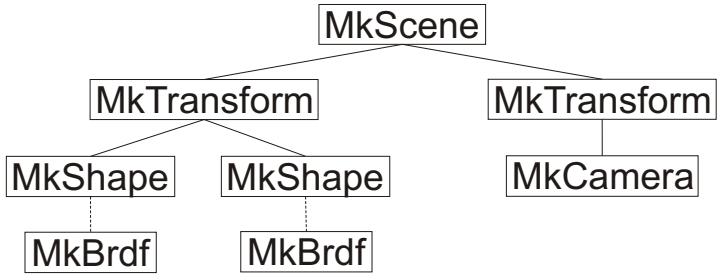
- Knihovní část (s prefixem mk), která je napsaná výhradně v jazyce C++ a která udržuje hierarchickou strukturu scény a obstarává ray tracing, výpočet osvětlovacích modelů a načítání scény ze souboru.
- Grafické uživatelské rozhraní využívající knihovnu Qt 3.2.0.

Obrázek 33: Komunikace mezi částmi programu.

Pro popis metod zde budu používat označení `názevMetody()`. Závorky používám pouze pro rozlišení od objektů, nikoliv pro vyznačení seznamu parametrů.

4.1 Knihovní část

Scéna je koncipována (s výjimkou potomků třídy `MkBrdf`, kteří mohou být sdíleni více uzly) jako strom.



Tabulka 3: Hierarchie scény.

Mimo seznamu světel a koeficientů útlumu světla, na které je dotazován přímo objekt `MkScene`, se veškeré informace mezi uzly šíří po kostře grafu. Po vložení objektu do scény nad ním scéna přebírá veškerou kontrolu, včetně jeho zrušení.

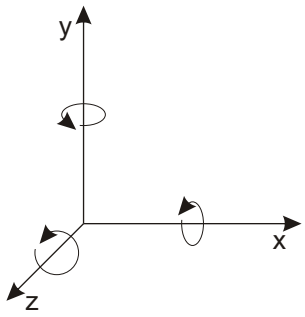
4.1.1 Transformace

Transformace jsou zajišťovány objekty třídy `MkTransform` a jejím potomkem `MkScene`. Každý uzel, u kterého to má smysl, si udržuje vlastní transformační matici, inverzní transformační matici a pozici referenčního bodu ve světových souřadnicích, které si v případě potřeby aktualizuje z nadřazeného uzlu. Proto veškeré informace o bodech a vektorech šířící se scénou jsou zdrojovým objektem vysílány ve světových souřadnicích.

Na obrázku 34 je zachycen použitý souřadný systém. Bod je reprezentován homogenními souřadnicemi $P = [x, y, z, h]$ a skládání transformací se provádí podle vzorců:

$$P^{'} = P \cdot M \tag{139}$$
$$M^{'}_{LS} = M_{LS} \cdot M \tag{140}$$
$$M^{'-1}_{LS} = M^{-1} \cdot M^{-1}_{LS} \tag{141}$$
$$M^{'}_{SS} = M_{LS} \cdot M_{SS} \tag{142}$$
$$M^{'-1}_{SS} = M^{-1}_{SS} \cdot M^{-1}_{LS} \tag{143}$$

kde:

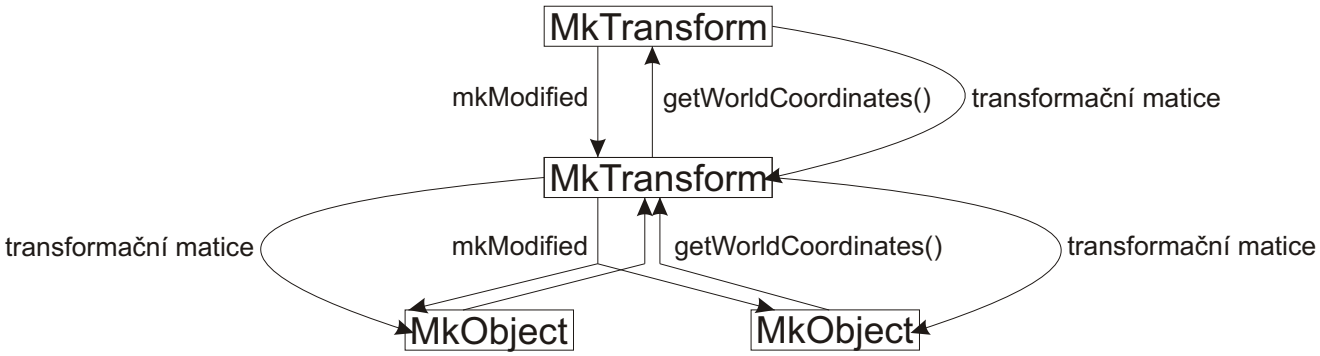


Obrázek 34: Souřadný systém.

M_{LS}	transformační matice lokálního souřadného systému ,
M_{LS}^{-1}	inverzní transformační matice lokálního souřadného systému,
M	matice modifikující lokální souřadný systém,
M^{-1}	inverzní matice k matici modifikující lokální souřadný systém,
M_{SS}	transformační matice světového souřadného systému,
M_{SSI}^{-1}	inverzní transformační matice světového souřadného systému.

Tento způsob skládání byl zvolen proto, aby se transformace přirozeně skládaly v rámci lokálního souřadného systému v pořadí, ve kterém byly zapsány v kódu a zároveň, aby se skládaly směrem od listů ke kořeni stromu.

Dojde-li v některém z uzlů k modifikaci matic lokálního souřadného systému, jsou o tomto kroku informováni všichni následníci ve stromu. Ti si pak v podle potřeby aktualizují matice světového souřadného systému (obrázek 35).



Obrázek 35: Aktualizace matic světového souřadného systému.

4.1.2 Textový soubor popisující scénu

Pro popis scény jsem použil textový soubor. Soubor by měl dodržovat následující DTD:

```
<!ELEMENT document (class)>
<!ATTLIST document documentType CDATA #REQUIRED
                   version CDATA #REQUIRED>
<!ELEMENT class (property|add)*>
<!ATTLIST class className CDATA #REQUIRED
               objectName CDATA #IMPLIED>
<!ELEMENT property (class|int|double|string|bool|MkPoint|MkDirection|MkMatrix|MkColor)>
<!ATTLIST property name CDATA #REQUIRED>
```

<!ELEMENT add (class)*>
<!ELEMENT int (#PCDATA)>
<!ELEMENT double (#PCDATA)>
<!ELEMENT string (#PCDATA)>
<!ELEMENT bool (#PCDATA)>
<!ELEMENT MkPoint (#PCDATA)>
<!ELEMENT MkDirection (#PCDATA)>
<!ELEMENT MkMatrix (#PCDATA)>
<!ELEMENT MkColor (#PCDATA)>

Pro dokument platí následující pravidla:

- Veškeré znaky v dokumentu před znakem `<!DOCTYPE document []>` jsou ignorovány.
- Jako `documentType` musí být uvedeno `MKBRDF SCENE GRAPH` a jako verze `1.0.`
- Dokument je citlivý na umístění mezer.
- Tagy jsou vždy párové.
- Parser vyhledává v souboru klíčová slova a znaky - přehlíží řadu chyb, které nepovažuje za podstatné.
- Dokument je u atributů tagu citlivý na velká a malá písmena, atributy musí být v uvozovkách.
- Názvy atributů jsou pouze informativní, atributy se vyhodnocují podle pořadí v DTD.
- U elementu `class` se první atribut shoduje s názvem třídy uvedeném v položce `className` odpovídající třídy.
- U elementu `property` se atribut shoduje s názvem vlastnosti uvedeném v poli `MkPropertiesNames[]` odpovídající třídy.
- Jediná přípustná třída vnořená do elementu `property` je BRDF.

4.1.3 Ray tracing

U ray tracingu jsem musel řešit problém, že řada osvětlovacích modelů je starších, než ray tracing sám a nebo byly vytvořeny v době, kdy ray tracing byl v plenkách. Proto bylo obtížné je začlenit do programu (u modelu Cook a Torrance dokonce nemožné) a tudíž u řady modelů chybí postup, jakým vzorkovat směry paprsků.

Druhým problémem je fakt, že při použití pouze Monte Carlo vzorkování se málokdy paprsek trefí do zdroje světla a tudíž odlesky na povrchu těles jsou velmi zašuměné.

Proto jsem vyšel z hybridní metody navrhované Wardem [25] a při renderování scény požívám postup:

$$I_r = \sum_{s=0}^{N_s} \left[a\left(I_{a,s}\right) + c\left(\theta_{r,s}, \theta_{i,s}, \phi_{r,s}, \phi_{i,s}, I_{i,s}\right) \right] + \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N_j} m\left(\theta_{r,j}, \theta_{i,j}, \phi_{r,j}, \phi_{i,j}, I_{i,j}\right) \tag{144}$$

kde:

I	množství odraženého světla povrchem tělesa do příslušného směru,
N_s	počet světel ve scéně,
$a\left(\right)$	funkce pro výpočet ambientního osvětlení,
$I_{a,s}$	množství ambientního světla vyzařované zdrojem s,
$c\left(\right)$	funkce pro výpočet difúzního a zrcadlového osvětlení od zdroje s (u modelů definovaných pomocí BRDF $c\left(\right) = f\left(\theta_{r,s}, \theta_{i,s}, \phi_{r,s}, \phi_{i,s}, I_{i,s}\right) \cdot \cos\theta_{i,s} \cdot I_{i,s}$, u zbytku podle jimi definované metody),
$I_{i,s}$	množství difúzního a zrcadlového světla vyzařované zdrojem s,
N_j	počet vzorků Monte Carlo,
$m\left(\right)$	funkce pro výpočet Monte Carlo odhadu pro vygenerovaný směr,
$I_{i,j}$	množství světla přicházející z vygenerovaného směru.

Pro šíření se paprsků ve scéně jsou používány dvě metody:

- `rayCast()` pro vysílání paprsků do scény objektem a jejich šíření grafovou strukturou scény směrem ke kořeni stromu.
- `hitMissTest()` pro šíření paprsků grafovou strukturou scény směrem od transformačních uzlů k listům scény a pro výpočet průsečíku paprsku s tělesem.

4.1.4 Výpočet průsečíků paprsku s tělesy

Pro rychlé vyhodnocování průsečíků těles s paprskem jsem při tvorbě programu čerpal ze stránek Real-Time Rendering [32]. Po vyzkoušení několika možných řešení, kdy u některých se vyskytovaly problémy s přesností (zejména, byl-li součástí výpočtu determinantu cosinus úhlu svíraného dvěma vektory), byly zvoleny metody popsané v této sekci.

S výjimkou trojúhelníkové plochy je výpočet prováděn vždy ve speciální poloze tělesa, kdy těleso je umístěno v počátku souřadného systému s osou ve směru osy Y. Toho je možné docílit tím, že paprsek je převeden do lokální souřadné soustavy tělesa. Výpočet je prováděn zvlášť pro podstavu tělesa a zvlášť pro zbylou část tělesa a následně vybrán bod nejbližší místu, ze kterého byl paprsek vyslán.

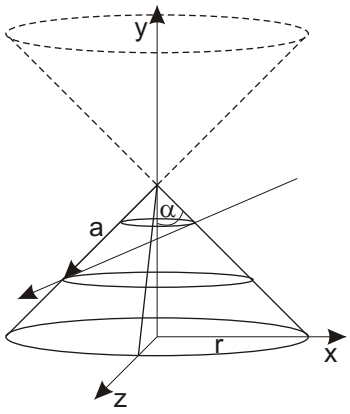
Při výpočtu průsečíků koule, válce a roviny byly použity jejich normálové rovnice, do kterých byla dosazena rovnice paprsku.

Kužel:

Při výpočtu průsečíku paprsku s kuželem je možné vyjít z jednoduché úvahy: Kužel rozřežeme na tenké, souosé kružnice. Potom, jak je vidět na obrázku 36, platí:

$$r = y \cdot \tan\alpha \tag{145}$$

$$x^2 + z^2 = r^2 \tag{146}$$



Obrázek 36: Výpočet průsečíku kužele a paprsku.

Dosadíme-li do rovnice 146 rovnici přímky:

$$x = f_x + t \cdot d_x, \quad y = f_y + t \cdot d_y, \quad z = f_z + t \cdot d_z \tag{147}$$

dostaneme kvadratickou rovnici:

$$\left(d_x^2 + d_z^2 - d_y^2 \tan^2\alpha\right) t^2 + 2 \cdot \left(f_x \cdot d_x + f_z \cdot d_z - f_y \cdot d_y \tan^2\alpha\right) t + \left(f_x^2 + f_z^2 - f_y^2 \tan^2\alpha\right) = 0 \tag{148}$$

jejíž vyřešením získáme souřadnice průsečíku.

Nyní ještě musíme ověřit, zda-li kořen neleží v čárkovaném kuželu. K tomu nám stačí zjistit, jestli platí nerovnost:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{y} \leq 0 \tag{149}$$

Trojúhelníková plocha:

Pro výpočet průsečíku paprsku s trojúhelníkovou plochou jsem použil barycentrických souřadnic [33]. Pro bod T ležící na trojúhelníku V platí:

$$T(u,v) \quad = \quad (1-u-v)\cdot V_0 + u\cdot V1 + v\cdot V2 \tag{150}$$

kde u a v jsou barycentrické souřadnice splňující podmínky: $u \geq 0$, $v \geq 0$, $u+v \leq 1$

Dále, nechť máme paprsek definovaný parametrickou rovnicí:

$$P(t) = F + t\cdot D \tag{151}$$

Pak pro průsečík paprsku platí:

$$F + t\cdot D = (1-u-v)\cdot V_0 + u\cdot V1 + v\cdot V2 \tag{152}$$

Tuto rovnici můžeme přepsat jako:

$$[-D, V_1 - V_0, V_2 - V_0]\cdot \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = F - V_0 \tag{153}$$

Použijeme-li označení $E_1 = V_1 - V_0$, $E_2 = V_2 - V_0$, $T = F - V_0$, pak podle Cramerova pravidla získáme řešení rovnice jako:

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{|-D, E_1, E_2|}\begin{bmatrix} |T, E_1, E_2| \\ |-D, T, E_2| \\ |-D, E_1, T| \end{bmatrix} \tag{154}$$

Protože pro determinant $|A, B, C|$ platí:

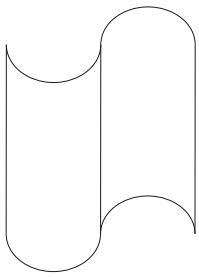
$$|A, B, C| = -(A\times C)\cdot B = -(C\times B)\cdot A \tag{155}$$

dostáváme konečné řešení rovnice jako:

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{(D\times E_2)\cdot E_1}\begin{bmatrix} (T\times E_1)\cdot E_2 \\ (D\times E_2)\cdot T \\ (T\times E_1)\cdot D \end{bmatrix} \tag{156}$$

Vlnitý plech:

Těleso se sestává ze segmentů, z nichž každý je tvořen dvěma půlkružnicemi (obrázek 37). Výpočet průsečíku se provádí pro každou půlkružnici podle rovnice $x^2 + z^2 = r^2$ s testem, zda-li vypočtená souřadnice průsečíku y leží mezi souřadnicemi y_{min} a y_{max}. tímto způsobem se projdou všechny segmenty a jako průsečík se vybere bod, který je nejblíže místu vyslání paprsku.



Obrázek 37: Segment vlnitého plechu.

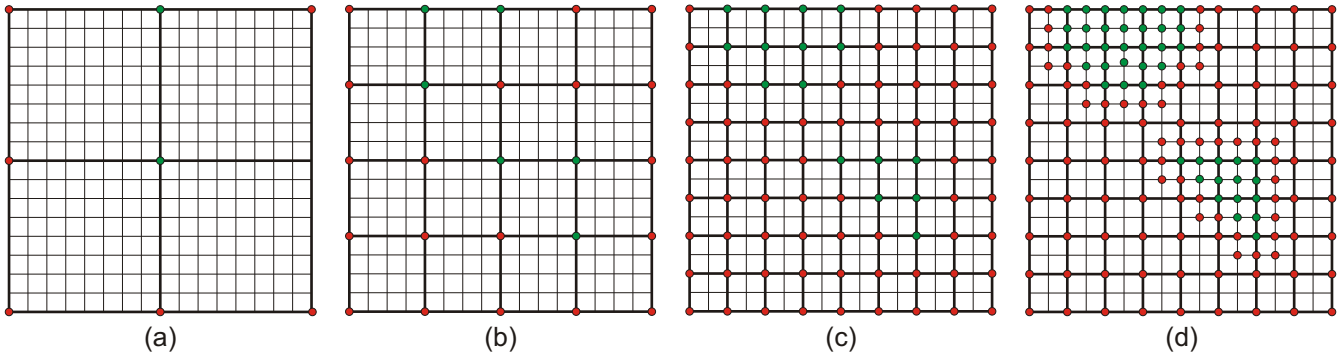
4.1.5 Vykreslování scény

Vykreslování scény je ze strany knihovny realizováno třídou `MkCamera`. Ta představuje neviditelnou průmětnu libovolné velikosti umístěnou do scény. Může pracovat ve dvou režimech:

- pravoúhlé promítání,
- perspektivní promítání.

Výchozím nastavením vrcholového úhlu perspektivního promítání je 60°, což odpovídá lidskému vnímání.

Aby uživatel získal rychle představu o výsledném obrazu scény, je plocha okna rozdělena do dlaždic 8x8, vyplněných barvou vzorku v jejich levém horním rohu. Postupně je vykreslování zjemňováno až na velikost dlaždic 2x2 (obrázek 38a)-c)).



Obrázek 38: Dlaždicovité vykreslování fragmentu rastru okna (zelená - zásah objektu, červená - bez zásahu).

V posledním průchodu se vzorkují pouze ty pixely, kde alespoň u jednoho ze sousedních bodů byl zaznamenán zásah. Jak je patrné z obrázku 38d), neexistuje bod, u kterého by v předchozím kroku nebyly otestovány alespoň dva protilehlé body z jeho okolí. Tento postup sice skýtá riziko, že objekty mající v jednom rozměru šířku pouze jednoho bodu nebudou vykresleny, pro rozumné objekty však tento postup představuje podstatné zrychlení v částech scény, kde nejsou přítomna žádná tělesa.

4.1.6 Popis tříd knihovny

Knihovna se skládá ze 42 tříd představujících geometrické objekty, světelné modely a podpůrné třídy (viz. obrázek 39). Při jejím návrhu bylo snahou dosažení co nejkompaktnějšího vzhledu, aby veškeré potřebné úkony byly ošetřeny pouze konstruktorem a nastavováním parametrů pomocí metody `set()`. Všechny třídy představující osvětlovací modely a objekty vytvářející strom scény jsou odvozeny od třídy `MkProperties`.

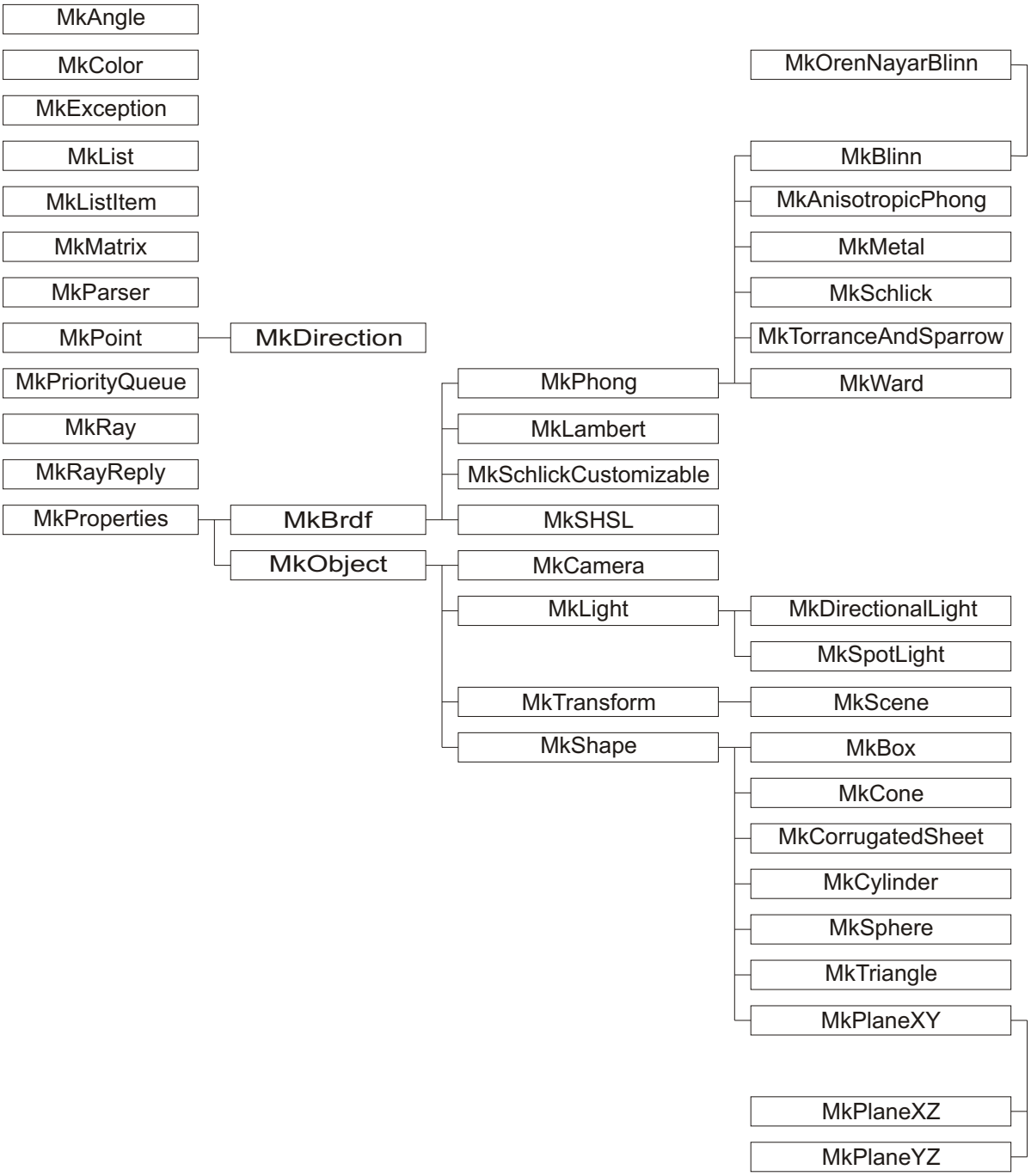
Třída MkAngle:
Třída `MkAngle` zajišťuje převod mezi stupni a radiány.

Třída MkAnisotropicPhong:
Třída `MkAnisotropicPhong` je potomkem třídy `MkPhong`. Implementuje model Ashikhmin, Shirley a s ním spojené vzorkování BRDF.

Třída MkBlinn:
Třída `MkBlinn` dědí třídu `MkPhong`. Implementuje pro zrcadlový odraz Blinnův model. Pro vzorkování využívá cosinové rozdělení.

Třída MkBox: Třída `MkBox` dědí třídu `MkShape` a implementuje krychli. Všechny stěny krychle sdílí společnou BRDF a jsou vytvářeny jako separátní objekty `MkPlaneXY`, `MkPlaneXZ`, resp. `MkPlaneYZ`, vložené do objektu `MkTransform`. Protože jsou vytvářeny konstruktorem třídy `MkBox`, který plně kontroluje jejich vlastnosti, je zbytečné je ukládat do souboru a proto má objekt `MkTransform` nastaven příznak neuložitelný.

Třída MkBrdf:
Třída `MkBrdf` je potomkem třídy `MkProperties` a zároveň je třídou, z níž jsou děděny všechny osvětlovací modely.
Její základní metody jsou:



Obrázek 39: Schéma dědění tříd.

`brdf()`	Funkce vrací velikost BRDF pro daný směr dopadu a odrazu světla
`ambientIntensity()`	Funkce vrací množství odraženého ambientního světla pro příslušný zdroj
`intensity()`	Funkce vrací množství odraženého světla od příslušného zdroje, vypočítaného klasicky pomocí BRDF, resp. osvětlovacího modelu
`mcEstimate()`	Funkce vrací Monte Carlo odhad množství odraženého světla (již vydělený hustotou pravděpodobnosti)
`getDirection()`	Funkce náhodně generuje směr pro Monte Carlo vzorkování (podle cosinového rozložení)
`isTangetRequested()`	Funkce poskytuje informaci funkci pro výpočet průsečíku těles, je-li nezbytné dopočítat i tangentu k povrchu

Každý potomek by měl implementovat tyto metody a metody zmíněné u třídy `MkProperties`.

Třída může být spravována více geometrickými objekty, proto obsahuje čítač ukazatelů. V případě jeho poklesu na nulu je geometrický objekt povinen třídu zrušit.

Třída MkCamera:

Třída MkCamera vytváří okno do scény a zajišťuje knihovní část rozhraní mezi knihovnou a uživatelským rozhraním. Jako objekt ve scéně je reprezentována neviditelnou průmětnou volitelné velikosti (implicitně *šířka*=1, *výška* podle poměru okna).

Může pracovat ve dvou módech:

- Pravoúhlé promítání (implicitní nastavení)
- Perspektivní promítání

Základní metody třídy jsou:

`draw()`	Zahájení vykreslování okna do uživatelským rozhraním předaného bufferu (v pořadí definovaném knihovnou Qt - BGR)
`drawContinue()`	Vykreslení 200 bodů scény (úspěšných zásahů objektů), poté odevzdá řízení
`pick()`	Výběr nejbližšího objektu pro souřadnici okna

Knihovna podporuje vykreslování okna pomocí vláken (zajišťovaných voláním metod třídy z uživatelského rozhraní). Proto je operace vykreslení rozdělena do dvou metod.

Třída MkCylinder:

Třída `MkCylinder` je děděna od třídy `MkShape` a implementuje válec se dvěma podstavami.

Třída MkColor:

Třída `MkColor` udržuje v sobě informaci o barvách v režimu RGB a informaci, jestli má hodnoty ořezávat na interval [0,1].

Třída MkCone:

Třída `MkCone` je děděna od třídy `MkShape` a implementuje kužel s podstavou podle postupu uvedeného v sekci 4.1.4.

Třída MkCorrugatedSheet:

Třída `MkCone`CorrugatedSheet je děděna od třídy `MkShape` a vytváří těleso ve tvaru vlnitého plechu.

Třída MkDirection:

Třída `MkDirection` je potomkem třídy `MkPoint`. Zajišťuje efektivní provádění operací nad vektory. Vektor může být ve dvou módech:

- Nenormalizovaný (implicitní nastavení)
- Normalizovaný po každé numerické operaci měnící hodnoty jeho souřadnic

Přepínání módu se provádí pomocí funkce `setNormalized()`.

Třída MkDirectionalLight:

Tato třída je potomkem třídy `MkLight` a implementuje směrový zdroj světla v nekonečné vzdálenosti od objektu ($1,7 \cdot 10^{308}$), který k němu vysílá paprsek.

Třída MkException:
Třída `MkException` nese textovou informaci o nastalé výjimce.

Třída MkLambert:
Tato třída je potomkem třídy `MkBrdf` a implementuje difúzní Lambertův model. Pro vzorkování využívá cosinové rozdělení.

Třída MkLight:
Třída `MkLight` je potomkem třídy `MkObject` a zároveň třídou, ze které se dědí všechna světla. Definuje barvu světla, intenzitu světla a ambientní intenzitu světla a registruje světlo ve scéně.

Je zde zavedena nová metoda `getDirectionToThisLight()`, která vrací směr ke zdroji světla z bodu, odkud by měl být paprsek vystřelen (který je jí předán jako parametr). To lze s výhodou využít u směrového zdroje světla.

Třídy MkList a MkListItem:
Třída `MkList` vytváří spojový seznam položek `MkListItem` (šablona). Při zániku třídy jsou uvolněny položky `MkListItem`, objekty, na které ukazují, ale nikoliv (tím mohou být položky sdíleny více seznamy).

Třída MkMatrix:
Třída `MkMatrix` byla navržena pro práci s maticí 4x4. V případě násobení matic se uložená matice násobí operandem zprava.

Třída MkMetal:
Třída `MkMetal` je potomkem třídy `MkPhong`. Implementuje model Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos a s ním spojené vzorkování BRDF.

Třída MkObject:
Tato třída je potomkem třídy `MkProperties`. Od této třídy jsou děděny všechny objekty vytvářející strom scény, proto třída definuje pět objektů:

`mkWorldCoordinates`	světové souřadnice referenčního bodu objektu (souřadnice [0,0,0] v lokální souřadné soustavě),
`mkWcsTransformMatrix`	matice pro převod z lokální souřadné soustavy do světové souřadné soustavy,
`mkWcsInvertedTransformMatrix`	matice pro převod ze světové souřadné soustavy do lokální souřadné soustavy,
`mkParent`	nadřazený uzel ve stromu scény,
`mkScene`	ukazatel na scénu, ve které je objekt obsažen.

Její základní metody jsou:

`getWorldCoordinates()`	aktualizace převodních matic,
`setModified()`	zneplatnění převodních matic,
`getIntensityAt()`	metoda vrací množství světla v RGB přicházejícího od zdroje, resp. vypočteného osvětlovacím modelem u geometrických těles (implementace rovnice 144),
`rayCast()`	metoda pro vysílání paprsků směrem ke kořeni grafu scény,
`hitMissTest()`	metoda pro šíření paprsků směrem od transformačních uzlů k listům scény a výpočet průsečíku paprsku s tělesem,
`setScene()`	nastavení ukazatele na scénu, u světel registrace světla ve scéně,
`add()`	přidání potomka do seznamu potomků (v této třídě pro možnost volání `mkParent->add(this)`),
`remove()`	vyjmutí potomka ze seznamu potomků.

Každý potomek by měl implementovat metodu `hitMissTest()` a metody zmíněné u třídy `MkProperities`, světla navíc i metodu `getIntensityAt()`.

Třída MkOrenNayarBlinn:
Třída `MkOrenNayarBlinn` je potomkem třídy `MkBlinn`. Implementuje pro difúzní odraz metodu Oren a Nayar. Pro vzorkování využívá cosinové rozdělení.

Třída MkParser:
Třída `MkParser` zajišťuje ukládání, resp. načítání scény ze souboru a ukládání BRDF ve formě zdrojového C++ kódu. Pro ukládání scény se používá textový soubor, jehož soubor je popsaný v sekci 4.1.2.

Třída MkPhong

Třída `MkPhong` je potomkem třídy `MkBrdf` a implementuje klasický Phongův model a jeho Lewisovu úpravu. Vzorkována je zvlášť difúzní složka (podle cosinového rozložení) a zvlášť zrcadlová složka odrazu (podle postupu navrženého u modelu Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos).

K metodám popsaným u třídy `MkBrdf` přidává ještě metody:

`diffuse()`	implementace difúzního odrazu,
`specular()`	implementace zrcadlového odrazu.

Protože velká část prací nedefinuje oba druhy odrazů, toto rozdělení výpočtu na dvě separátní složky umožňuje, aby se v modelu implementovala pouze jedna složka odrazu a druhá se zdědila z předka.

Třídy MkPlaneXY, MkPlaneXZ, MkPlaneYZ:

Třída `MkPlaneXY` dědí třídu `MkShape`, třídy `MkPlaneXZ` a `MkPlaneYZ` jsou jejími potomky. Tyto třídy vytvářejí ohraničenou rovinu v prostoru.

Třída MkPoint:

Třída `MkPoint` reprezentuje bod v homogenních souřadnicích. Souřadnice bodu x, y a z jsou vraceny po normalizaci souřadnice h ($h = 1$). Bod se násobí maticí zprava.

Třída MkPriorityQueue:

Třída implementuje prioritní frontu formou pole, přičemž platí, že čím vyšší číslo, tím vyšší priorita. Prvky jsou do fronty vkládány pomocí algoritmu binárního vkládání (předpokládá se, že prvky budou vkládány zejména na konec fronty a tudíž s nízkou režií na posuv pole), při vyjímání je pole lineárně posunuto. Při zániku fronty jsou, na rozdíl od třídy `MkList`, volány destruktory v ní obsažených prvků.

Třída MkProperties:

Všechny osvětlovací modely a objekty vytvářející strom scény jsou odvozeny od třídy `MkProperties`. Mají čtyři povinné, veřejně přístupné struktury:

`enum MkPropertiesIds`	seznam vlastností podporovaných třídou, přístupných pomocí funkcí `set()` a `get()`,
`static char *MkPropertiesNames[]`	tentýž seznam zapsaný ve formě pole,
`static unsigned long propertiesCount`	počet vlastností v poli,
`static char *className`	jméno třídy využívané při dynamickém rozpoznávání (místo RTTI).

Každý potomek má přiřazeno v běhu programu jedinečné identifikační číslo `unsigned int mkId`, libovolné jméno `char *mkName` (implicitně odvozené od identifikačního čísla) a ukazatel na řídící objekt grafického rozhraní (umožňuje grafickému rozhraní jednoduše využívat hierarchii scény, knihovna ho nepoužívá).

Základní metody třídy jsou:

`set()`	nastavení vlastnosti objektu,
`get()`	přečtení vlastnosti objektu,
`save()`	uložení objektu do souboru (za pomoci objektu `MkParser`),
`loadProperty()`	načtení vlastnosti ze souboru (za pomoci objektu `MkParser`).

Tyto metody a struktury by měli implementovat všichni potomci.

Třída MkRay:

Třída `MkRay` představuje paprsek vyslaný do scény.

Třída MkRayReply:

Třída `MkRayReply` obsahuje informace o zasaženém objektu potřebné k určení, který z objektů je nejbližší a k vyhodnocení světelného modelu zasaženého objektu.

Třída MkScene:

Třída `MkScene` je potomkem třídy `MkTransform`. Představuje kořen scény a obsahuje v sobě informace potřebné pro všechny prvky scény: seznam světel ve scéně a koeficienty útlumu světla ve scéně. Je-li jedna scéna vložena do druhé, jsou objektu přístupná pouze ta světla, která jsou zaregistrována u nejbližšího vyššího uzlu `MkScene` nebo jemu nadřazených. Seznam světel je implementován jako spojový seznam ukazatelů na uzly ve scéně grafu.

Třída MkSchlick:
Tato třída je potomkem třídy `MkPhong` a implementuje Schlickův model popsaný v sekci 3.4.1. Pro vzorkování využívá cosinové rozdělení.

Třída MkSchlickCustomizable:
Tato třída je potomkem třídy `MkBrdf` a implementuje Schlickův model a odpovídající vzorkování BRDF, popsané v sekci 3.4.2. K metodám popsaným u třídy `MkBrdf` přidává ještě metody:

`directional()`	implementace funkce pro útlum světla v závislosti na směru dopadu paprsků,
`spectral()`	implementace spektrální části útlumu světla - aproximace Fresnelova faktoru.

Třída MkSHSL:
Třída `MkSHSL` je potomkem třídy `MkBrdf` a implementuje model Shirley, Hu, Smits, Lafortune. Pro difúzní vzorek používá vzorkování navržené v modelu, pro zrcadlový vzorek postup navržený u modelu Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos.

Třída MkShape:
Třída `MkShape` je potomkem třídy `MkObject`. Od této třídy jsou odvozeny veškeré geometrické objekty.

Každému objektu je přiřazena právě jedna BRDF (ale jedna BRDF smí být sdílena více tělesy). Proto třída `MkBrdf` a její potomci obsahují čítač ukazatelů a v případě jeho poklesu na nulu je potomek objektu `MkShape` povinen třídu `MkBrdf` zrušit. K BRDF objektu lze přistupovat jako k vlastnosti pomocí funkcí `set()` a `get()`.

Třída implementuje funkci `getIntensityAt()` zajišťující výpočet světelného modelu v ray tracingu podle rovnice 144

Při tvorbě geometrických těles je třeba předefinovat tyto metody: `hitMissTest()`, `save()`, `loadProperty()`, `set()` a `get()`.

Třída MkSphere:
Třída `MkSphere` dědí třídu `MkShape` a implementuje kouli.

Třída MkSpotLight:
Tato třída je potomkem třídy `MkLight` a definuje bodový zdroj světla. Zdroj je charakterizován směrem záření světla, úhlem, pod kterým svítí reflektor (vlastnost `CUTOFFANGLE`) a úhlem, pod kterým svítí reflektor v plné intenzitě (vlastnost `BEAMWIDTH`).

Třída MkTransform:
Třída `MkTransform` je potomkem třídy `MkObject`. Definuje transformační uzly scény. S lokální transformační maticí a lokální inverzní transformační maticí je možné pracovat jako s vlastnostmi (pomocí funkcí `set()` a `get()`), pro pohodlnější práci třída poskytuje tyto funkce:

`reset()`	funkce přiřadí lokálním transformačním maticím jako hodnotu jednotkovou matici,
`move()`	funkce aplikuje na matice operaci posuvu,
`scale()`	funkce aplikuje na matice operaci změna měřítka,
`rotateX()`	funkce aplikuje na matice operaci rotace kolem osy X o úhel v radiánech,
`rotateY()`	funkce aplikuje na matice operaci rotace kolem osy Y o úhel v radiánech,
`rotateZ()`	funkce aplikuje na matice operaci rotace kolem osy Z o úhel v radiánech,
`rotate()`	funkce aplikuje na matice operaci rotace kolem zadané osy o úhel v radiánech.

Informace o posledních změnách jsou uloženy ve vlastnostech `LAST_MOVE, LAST_SCALE, LAST_ROTATION_AXIS a LAST_ROTATION_ANGLE.`

Následníci uzlu ve stromu scény jsou uloženi ve spojovém seznamu. Pro jejich vkládání, resp. vyjímání jsou použity funkce `add()`, resp. `remove()`. Při vyjmutí je vyjímaný objekt zrušen, přičemž není-li vyjímaný objekt nalezen v uzlu, na který byla operace zavolána, je prohledán celý podstrom scény a objekt je zrušen v místě nálezu.

Objekt `MkTransform` je možné vytvořit i jako neuložitelný. V tom případě není při ukládání scény jeho podstrom uložen, což je praktické u objektů skládajících se z elementárních tvarů vytvářených konstruktorem (např. u třídy `MkBox`).

Třída MkTriangle:
Třída `MkTriangle` dědí třídu `MkShape`. Vytváří trojúhelníkovou plochu pomocí barycentrických souřadnic

Třída MkTorranceAndSparrow:
Třída `MkTorranceAndSparrow` dědí třídu `MkPhong`. Implementuje pro zrcadlový odraz model Torrance a Sparowa. Pro vzorkování využívá cosinové rozdělení.

Třída MkWard:
Tato třída je potomkem třídy `MkPhong` a implementuje Wardův model a s ním spjaté vzorkování.

4.2 Grafické uživatelské rozhraní

Grafické uživatelské rozhraní je postaveno nad knihovnou Qt 3.2.0. Využívá jak její sadu standardních ovládacích prvků a vývojové prostředí pro snadnou tvorbu dialogových oken, tak její podporu vláken při vykreslování scény.

Protože knihovna Qt používá pouze kódování znaků Unicode, ale vývojové prostředí neposkytuje v tomto směru velkou podporu, je celý program napsán v jazyce anglickém.

Uživatelské rozhraní se skládá ze čtyř částí:

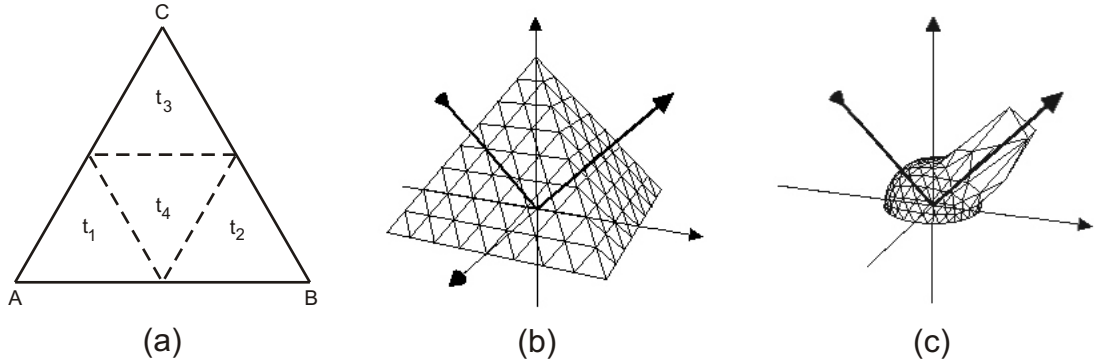
- okno do scény,
- správa objektů umístěných do scény,
- zobrazování tvaru BRDF u vybraného objektu a její modifikace,
- nastavování parametrů ray tracingu a možnosti vykreslování.

Jednotlivé části budou detailněji představeny u popisu ovládání programu, v této sekci bude pouze popsána metoda generování sítě pro vykreslování BRDF.

4.2.1 Adaptivní generování sítě popisující tvar BRDF

Pro vykreslování tvaru BRDF je použita při změně vlastností BRDF vygenerovaná trojúhelníková síť. Ta je popsána pomocí spojového seznamu vrcholů, které jsou sdíleny jednotlivými trojúhelníky uloženými do prioritní fronty.

Síť je vytvářena adaptivně podle tvaru BRDF, aby byly vzorkovány zejména podstatné oblasti. Výchozím stavem je čtyřboký jehlan bez podstavy, kde každý trojúhelník prošel třemi děleními na čtyři trojúhelníky (viz. obrázek 40).



Obrázek 40: Pravidelné dělení trojúhelníka (a), síť po třech pravidelných děleních (b) a síť po přesunu vrcholů do správných pozic (před adaptivním dělením) (c).

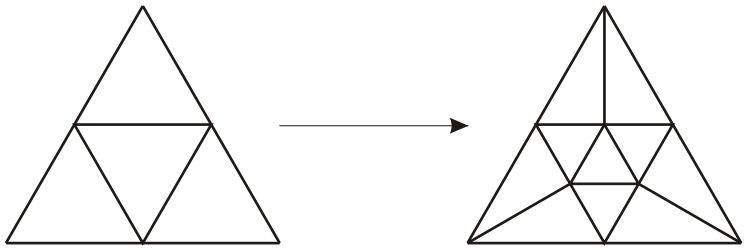
Poté je pro každý vrchol trojúhelníka určena pozice, na které by se správně měl nacházet (spojnice mezi vrcholem a počátkem souřadné soustavy udává vektor odraženého paprsku) a vrchol je přesunut do správné pozice. Přitom je trojúhelníku přiřazena podle zvoleného kritéria priorita a trojúhelníky jsou seřazeny v prioritní frontě (algoritmem Insert sort).

Následně se trojúhelníky začnou adaptivně dělit. Pro řízení kvality, a tím i doby výpočtu si uživatel může zvolit maximální počet vzniklých trojúhelníků. Protože pro volbu, který trojúhelník se má dělit, existuje několik možných kritérií a volba nejlepšího závisí na tvaru BRDF, program umožňuje uživateli jeho interaktivní volbu.

K dispozici má tyto kritéria:

- plocha trojúhelníka (trojúhelníky s největší plochou se dělí nejdříve),
- vzdálenost těžiště trojúhelníka od jeho správné pozice,
- průměr ze vzdáleností středů úseček AB, AC a BC od jejich správných pozic,
- maximum ze vzdáleností v předchozích dvou kritériích,
- maximum ze vzdáleností středů úseček AB, AC a BC od jejich správných pozic,
- neadaptivní dělení, dokud by při následujícím dělení počet trojúhelníků nepřesáhl maximální povolený.

Při adaptivním dělení již není možné trojúhelníky dělit pravidelně, protože by v síti vznikaly díry v místech, kde se jeden trojúhelník rozdělil vícekrát než sousední trojúhelník. Proto bylo zvoleno schéma dělení zobrazené na obrázku 41, kdy se rozdělí i sousední trojúhelníky.



Obrázek 41: Adaptivní dělení trojúhelníka.

5 Popis ovládání

V této části se soustředíme na popis ovládání grafického rozhraní programu. Minimální doporučené pracovní rozlišení je 1024x768. Jak je patrné z obrázku 42, pracovní plocha se skládá ze čtyř částí:

1. okno do scény svázané s objektem `Main camera`,
2. tři záložky pro správu objektů (*Object inspector*), vizualizaci a modifikaci BRDF tělesa vybraného v object inspectoru (*Brdf view*) a nastavování parametrů ray tracingu a vzhledu prostředí (*General settings*),
3. lišta pro ukládání a načítání scény ze souboru (položka *File*), vkládání a vyjímání objektů ze scény a ukládání BRDF objektu ve formě kódu C++ (položka *Object*),
4. ukazatel stavu výpočtu.

Správa objektů (*Object inspector*):
Záložka pro správu objektů je zobrazena na obrázku 42. Základní její částí je vizualizace stromu objektů vložených do scény (číslo 6). Jednotlivé objekty je možné si vybírat buď v tomto přehledu nebo přímo označením myší v okně do scény.

Podle vybraného objektu se kontextově zobrazují nabídka přidání prvku do uzlu, resp. vyjmutí prvku z uzlu (číslo 5) a modifikace geometrických vlastností objektu (číslo 7). Tytéž operace, jako pomocí lišty 5 je možné provádět i pomocí položky *Object* na hlavní liště aplikace (číslo 3).

V případě zadání transformací je při každé změně hodnot výpočet prováděn v pořadí: nastavení jednotkové matice programem -> změna velikosti -> rotace -> posun.

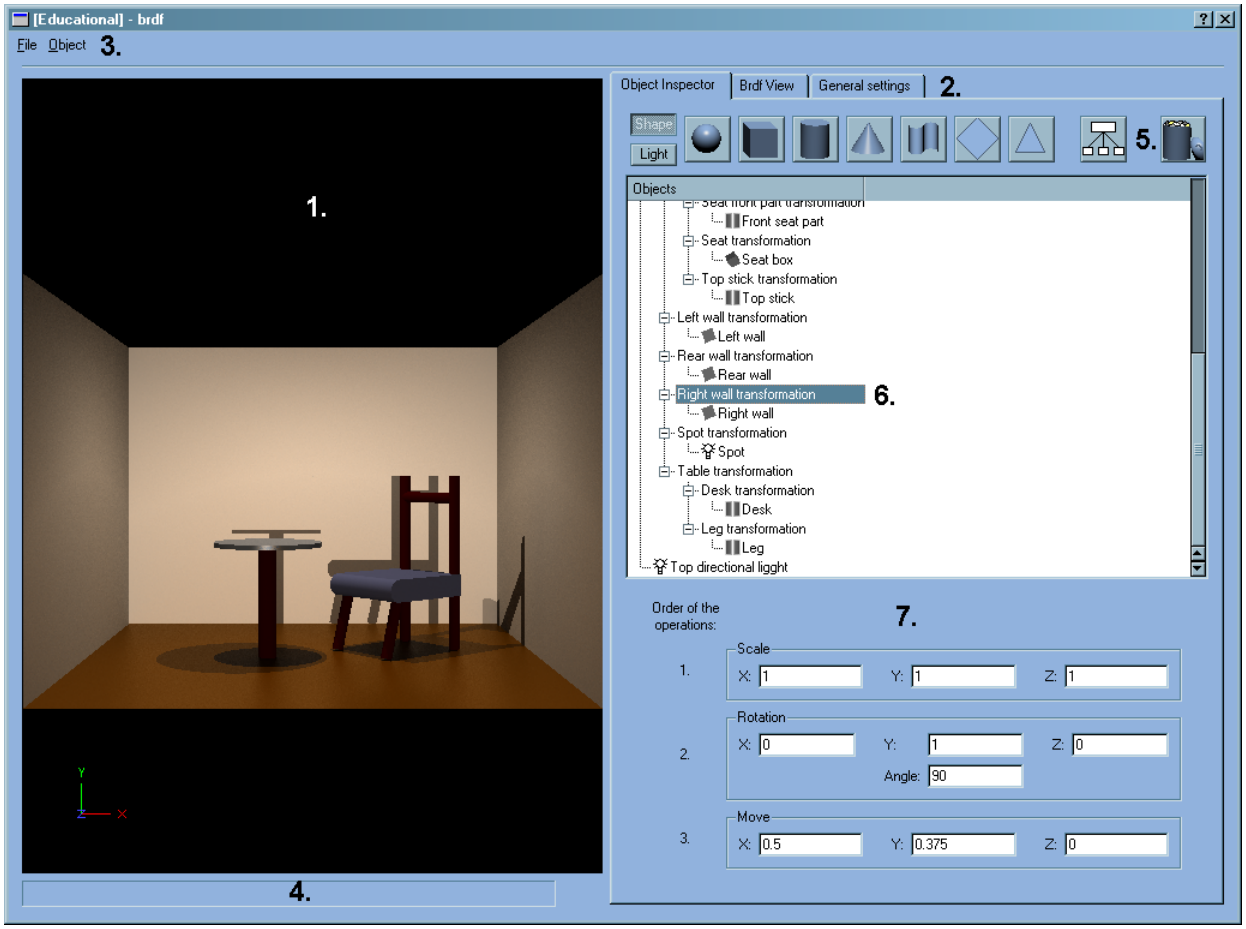
Veškeré změny zde vyvolají okamžité překreslení scény.

Vizualizace a modifikace BRDF (*Brdf view*):
Jestliže je v záložce *Object inspector* vybrán objekt reprezentující těleso, je zpřístupněna záložka *Brdf view*. Její snímek je na obrázku 43 vlevo. Pomocí této záložky je možné změnit BRDF vybraného objektu nebo její parametry (číslo 2) a vizualizovat její průběh pomocí knihovny Open GL (číslo 1).

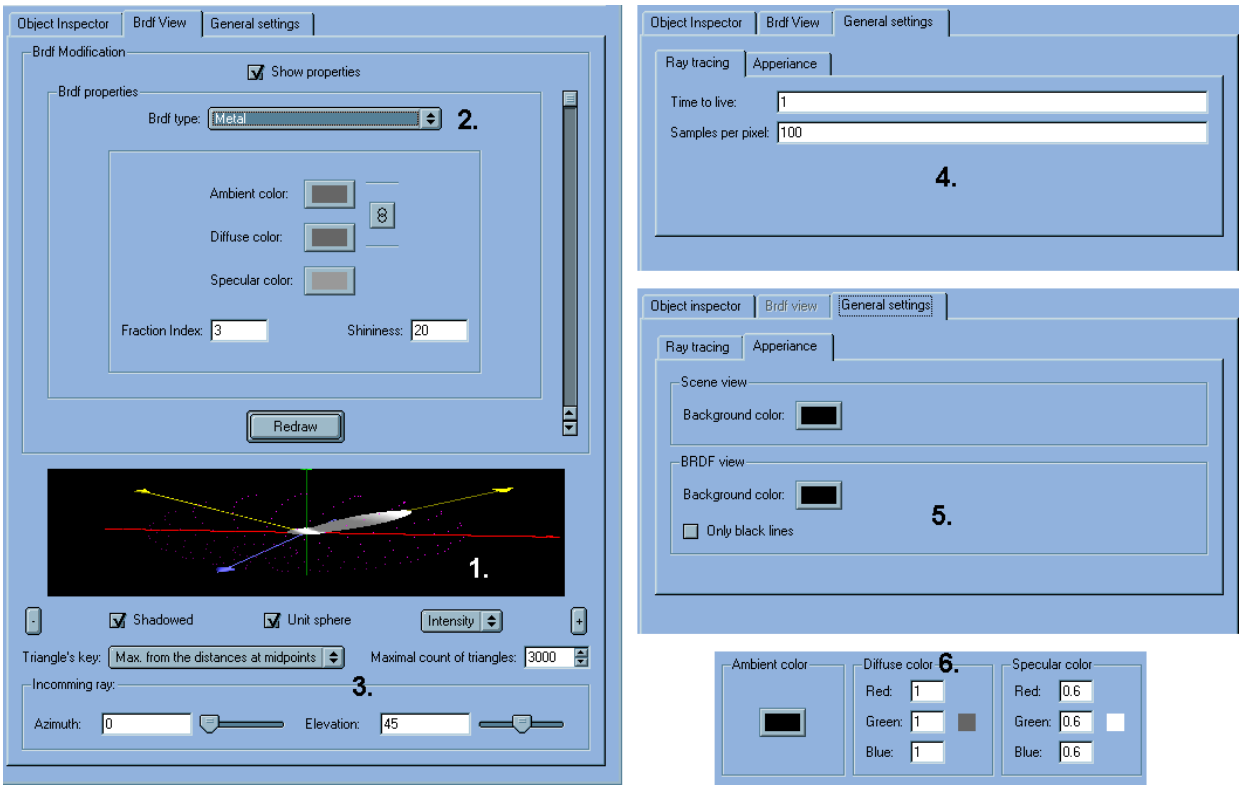
Protože nastavení vlastností zabírá velkou část pracovní plochy, je možné ho skrýt pomocí zaškrtávacího políčka nahoře. Změnu parametrů je třeba potvrdit tlačítkem *Redraw*. Jedinou problematickou záležitostí v tomto směru je nastavení barev odrazu u modelu *Ashikhmin, Shirley* (*Anizotropní Phong*), kde je světlo odráženo nejprve zrcadlově a teprve zbylá část světla difúzně. Zde jsou barvy difúzně odraženého světla a difúzně + zrcadlově odraženého světla odhadovány podle zjednodušeného vzorce a zobrazovány vedle nastavení parametrů (viz. obrázek 43, číslo 6)

Pro nastavení parametrů vizualizace slouží ovládací prvky ve spodní části složky (číslo 3). Zde je možné si přiblížit nebo vzdálit BRDF, vybrat způsob zobrazování (stínované těleso / drátový model), povolit zobrazování jednotkové koule kolem tělesa, vybrat vzorkovanou barvu světla (intenzita světla, červená, modrá, zelená), zvolit kritérium dělení trojúhelníků a jejich maximální počet a vybrat směr, odkud přichází paprsek světla.

Nastavování parametrů ray tracingu a vzhledu prostředí (*General settings*):
V této záložce je možné nastavit hloubku ray tracingu a počet vzorků při zásahu tělesa (obrázek 43, číslo 4) a pozadí okna do scény, pozadí okna pro vizualizaci BRDF a barvu čar při vizualizaci BRDF (pro snadnou tvorbu ilustrací do textu, obrázek 43, číslo 5).



Obrázek 42: Uživatelské rozhraní programu.



Obrázek 43: Uživatelské rozhraní programu: Vlevo - zobrazení BRDF, vpravo - nastavení parametrů aplikace a dialog pro nastavování barev u modelu Ashikhmin, Shirley.

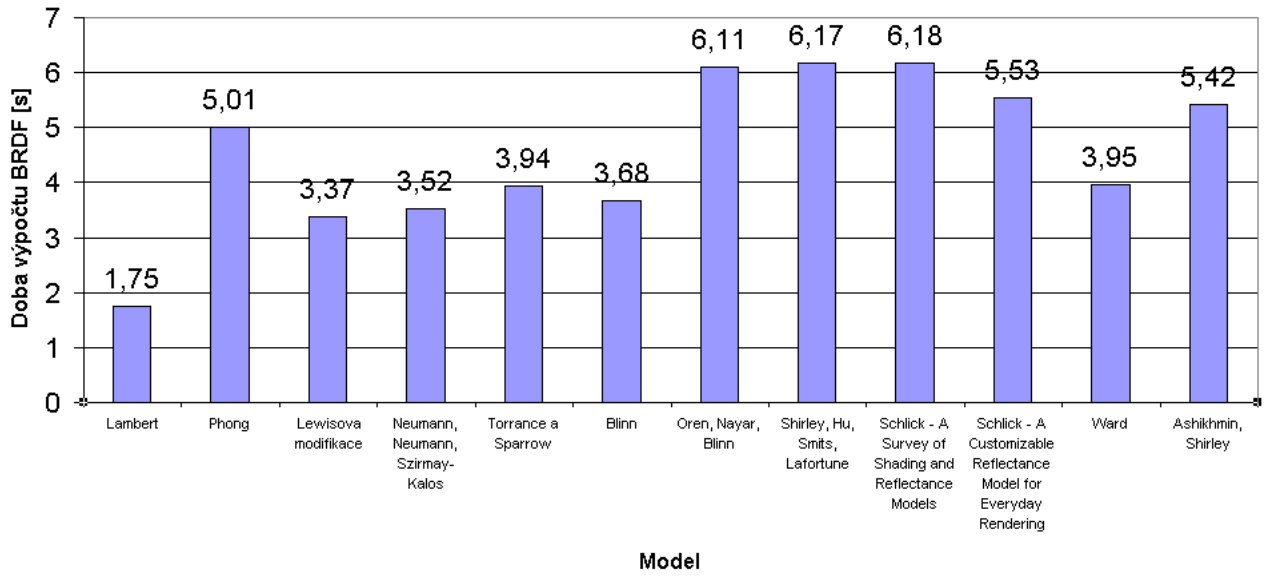
6 Výsledky

6.1 Měření rychlosti vykreslování

Rychlost vykreslování scény patří k velmi podstatným parametrům. Proto se v této sekci pokusíme alespoň hrubě porovnat časy výpočtů jednotlivých v této práci implementovaných BRDF modelů. Měření jsou provedena na klasické scéně Cornel box s kamerou natočenou o -20° kolem osy y, aby se v měření projevily odrazy od krychlí (viz. obrázek 45). Hloubka ray tracingu je 1, počet vzorků vyslaných při každém zásahu tělesa paprskem je 10. Měření je prováděno měřením počtu tiků procesoru převedených na dobu v sekundách[4], přičemž celková doba výpočtu odpovídá času změřenému na stopkách. Naměřené hodnoty jsou průměrem z 10 měření. Sloupec *režie Qt* představuje čas spotřebovaný vlákny Qt a dobu vykreslování na obrazovku.

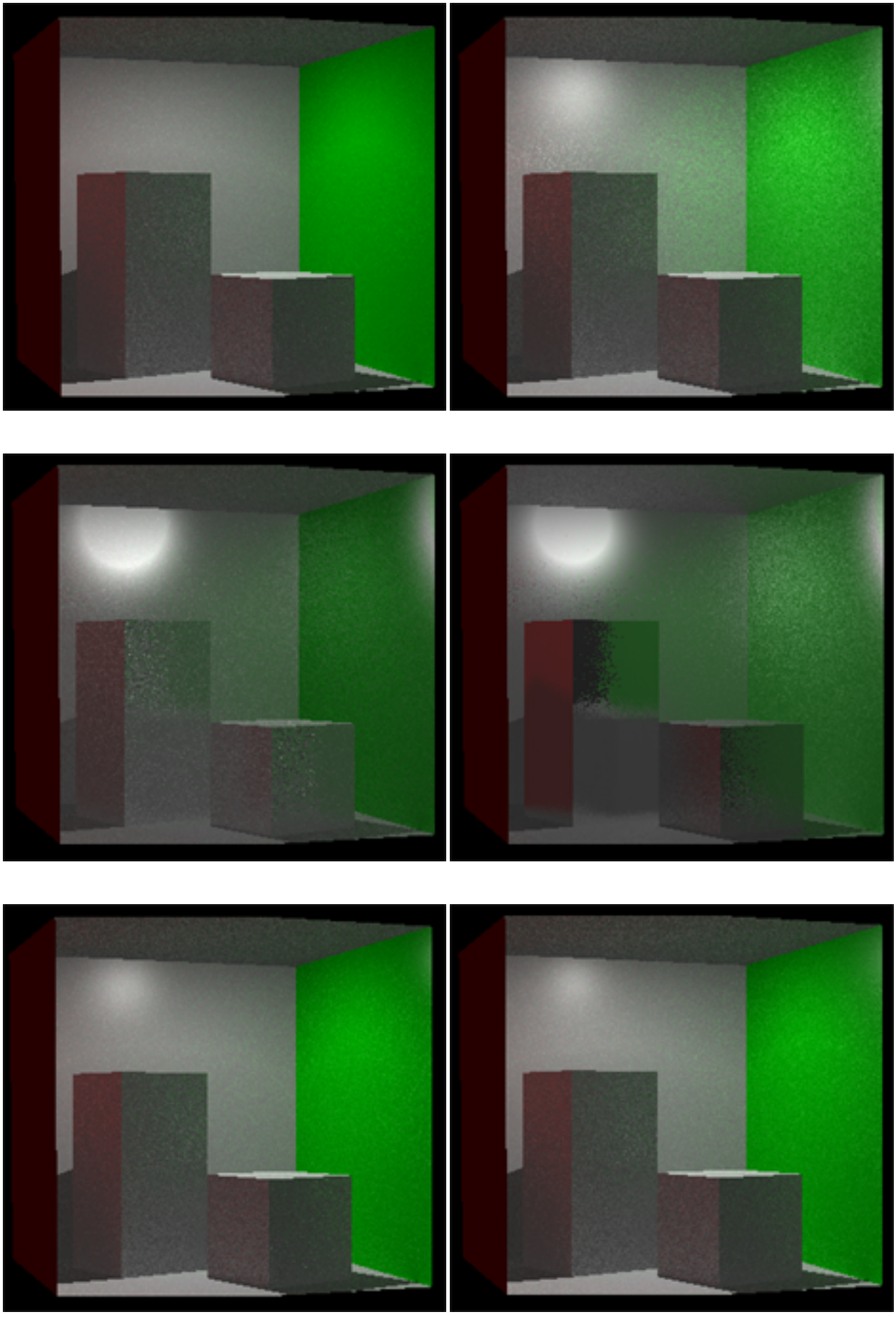
Naměřené výsledky:

Model	Celková doba výpočtu [s]	Režie Qt [s]	Ray tracing [s]	Výpočet osvětlovacího modelu [s]
Lambert	59,03	9,60	47,68	1,75
Phong	62,51	9,69	47,82	5,01
Lewisova modifikace	60,28	9,68	47,24	3,37
Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos	59,48	9,66	46,29	3,52
Torrance a Sparrow	61,52	9,74	47,84	3,94
Blinn	61,17	9,76	47,73	3,68
Oren, Nayar, Blinn	63,46	9,74	47,60	6,11
Shirley, Hu, Smits, Lafortune	63,08	9,76	47,15	6,17
Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models	64,76	9,75	48,83	6,18
Schlick - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering	61,67	9,69	46,45	5,53
Ward	60,78	9,64	47,18	3,95
Ashikhmin, Shirley	61,93	9,84	46,67	5,42

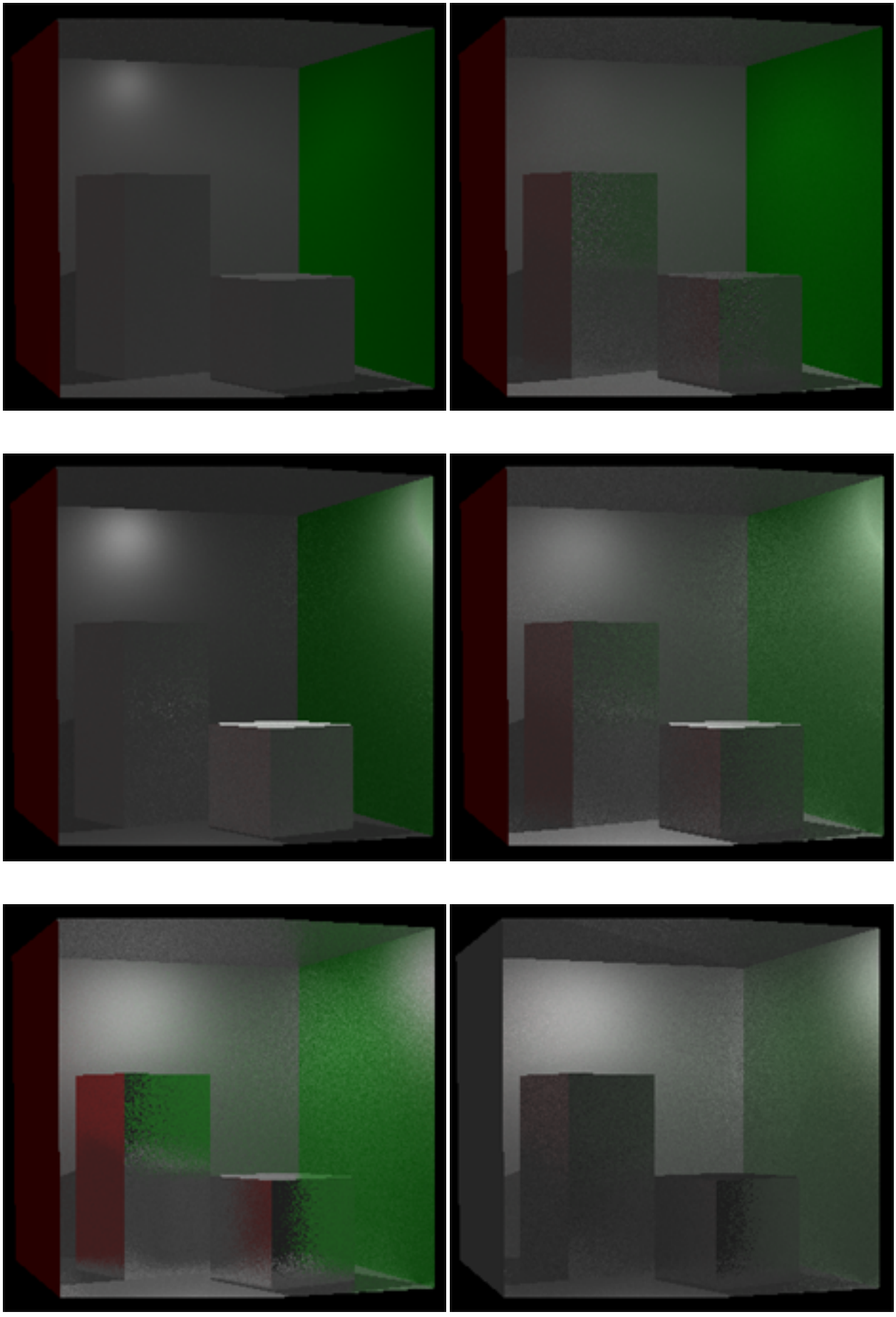


Obrázek 44: Srovnání rychlostí výpočtu osvětlovacích modelů

[4]Měření bylo provedeno na počítači: AMD Athlon(tm) XP 2500+ 1.8 GHz (jádro Barton), 1024 MB RAM, NVIDIA GeForce4 MX 440-SE Ver. 6.14, Windows 2000 (5.0, Build 2195).



Obrázek 45: Porovnání modelů (v pořadí zleva, shora): Lambertův model; Phongův model; Lewisova modifikace; model Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos (kovové materiály); model Torrance a Sparrow; Blinnův model.



Obrázek 46: Porovnání modelů - pokračování: model Oren, Nayar, Blinn; model Shirley, Hu, Smits, Lafortune; Schlickův model - A Survey of Shading and Reflectance Models; Schlickův model - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering; Wardův model; model Ashikhmin, Shirley.

Důvodem, proč je Lewisova modifikace rychlejší oproti klasickému Phongovu modelu, ačkoliv má složitější formulaci BRDF, je jednoduchý odhad pomocí metody Monte Carlo, kdy se mocnina cosinu při výpočtech BRDF a hustoty pravděpodobnosti vzájemně pokrátí. Jasnější obrys odrazu světla je dán zejména normalizační konstantou $\frac{n+2}{2\pi}$ u zrcadlové složky BRDF.
Překvapivě jako poměrně pomalé vyšly Schlickovy aproximace, z anizotropních modelů se ukázal jako nejrychlejší Wardův model.
U všech modelů bylo snahou zadávat stejné hodnoty, aby byly patrné rozdíly. Proto jsou některé snímky velmi tmavé.

6.2 Zhodnocení jednotlivých modelů

6.2.1 Lambertův model

Vlastnosti modelu:

[+] Jednoduchost.

[+] Rychlost vykreslování.

[-] Umožňuje zobrazovat pouze některé difúzní povrchy.

Model je velmi rychlý, působí matným dojmem a zachovává tvůrcem scény požadované množství světla ve scéně. Je vhodný například pro modelování zdí ohraničujících scénu.

6.2.2 Phongův model

Vlastnosti modelu:

[+] Jednoduchost.

[+] Hardwarová podpora.

[+] Snadné nastavování parametrů.

[-] Nesplňuje ani jednu z podmínek uvedených v sekci 3.1.1.

[-] Omezené možnosti zobrazování.

[-] Není určen pro ray tracing.

Model je vhodný pro předměty, které mají vyvolat dojem, že jsou vytvořeny z plastu.

6.2.3 Lewisova úprava Phongova modelu

Vlastnosti modelu:

[+] Splňuje obě podmínky uvedené v sekci 3.1.1.

[+] Rychlé vykreslování.

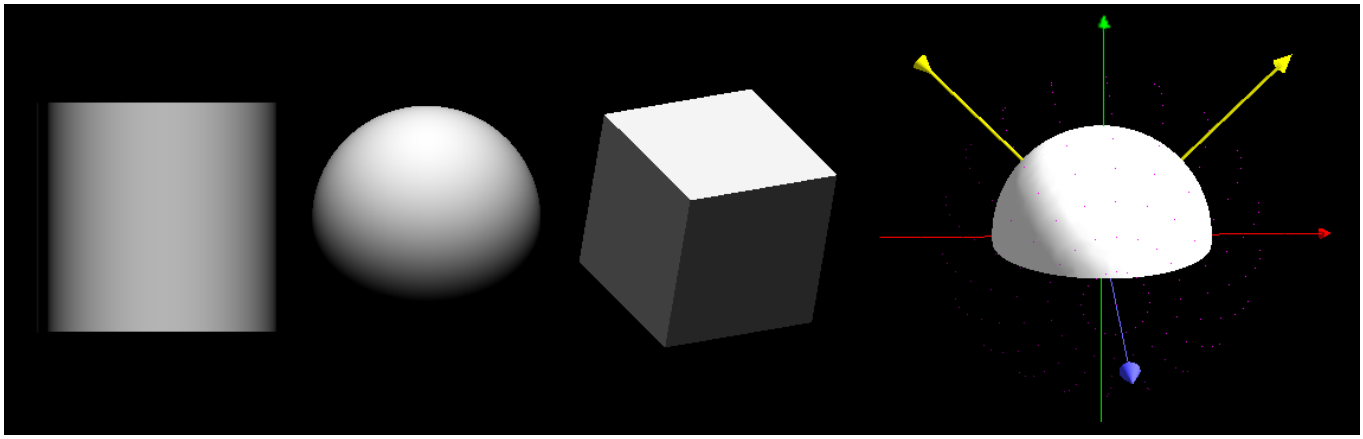
[+] Vhodný pro ray tracing.

Jak je patrné z obrázku 49, odraz na povrchu tělesa je podstatně ostřejší a v odrazu je podstatně méně zastoupena difúzní složka. To je dáno normalizačními koeficienty, aby model splňoval fyzikální zákony. Tento model je výchozím bodem pro vývoj řady jiných modelů.

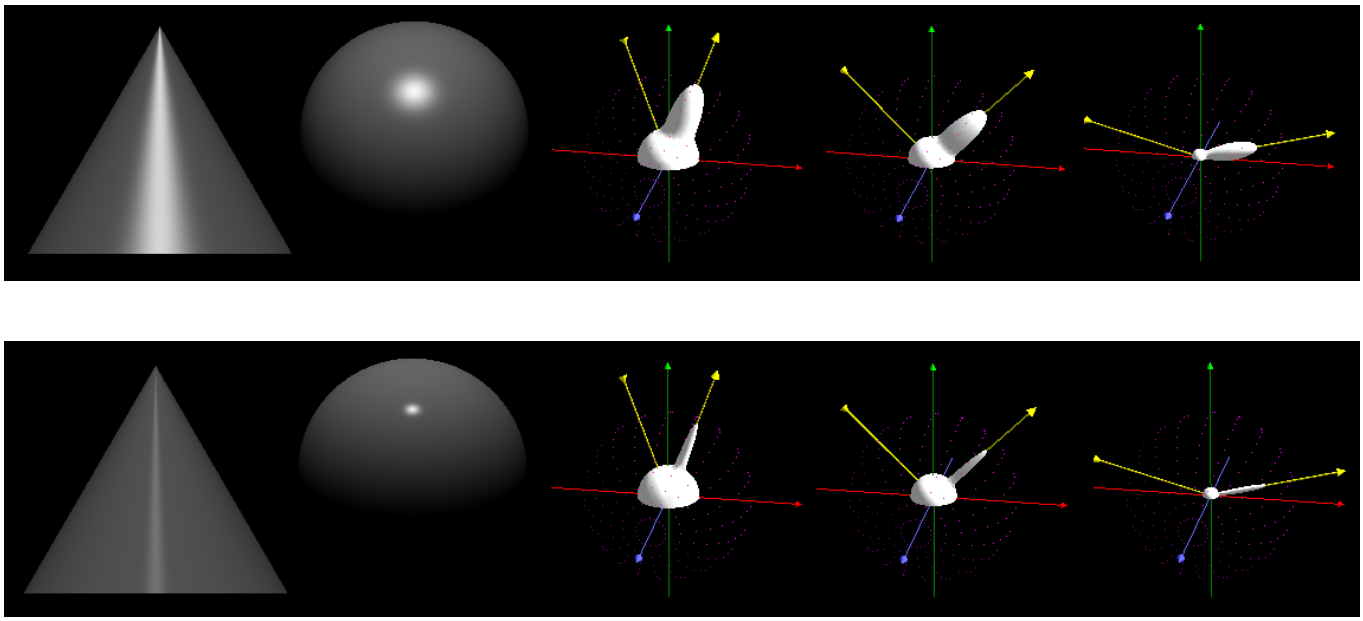
6.2.4 Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos

Jedná se o rychlý, empirický model, vyvinutý pro ray tracing. Velmi dobře simuluje kovové materiály.

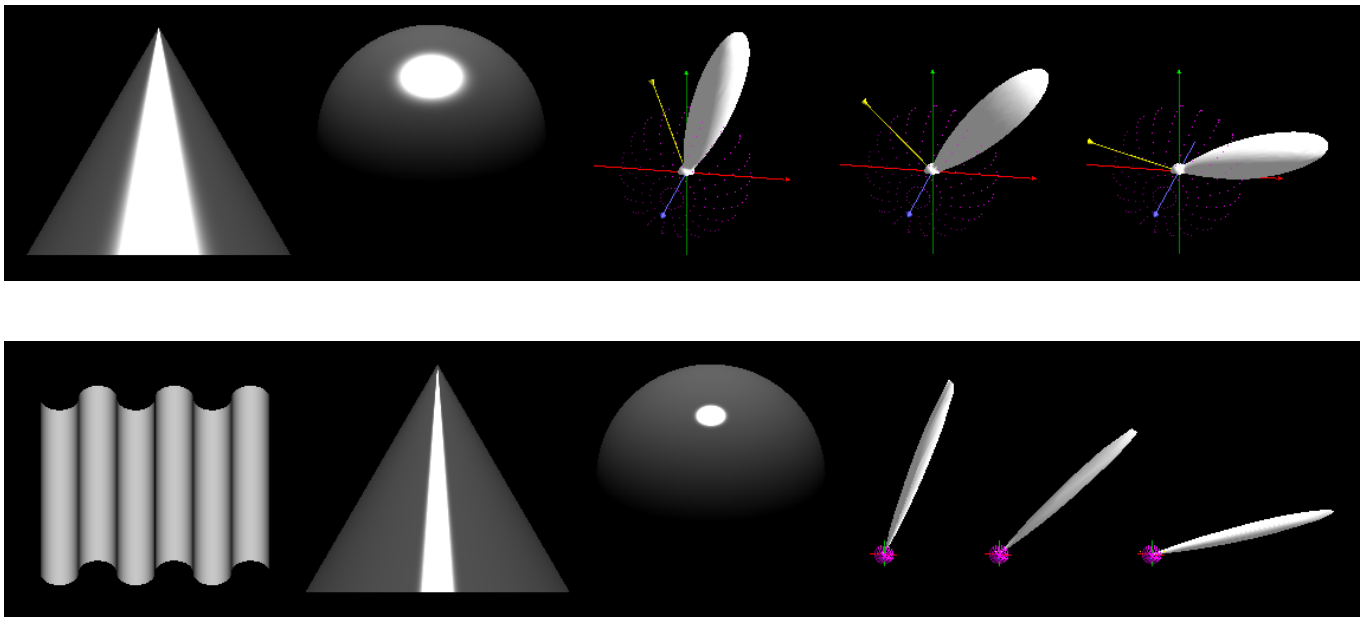
Na obrázku 50 je znázorněn vliv parametrů modelu na tvar BRDF. Index lomu μ má vliv zejména na délku BRDF laloku, ostrost obrazu n na jeho šířku.



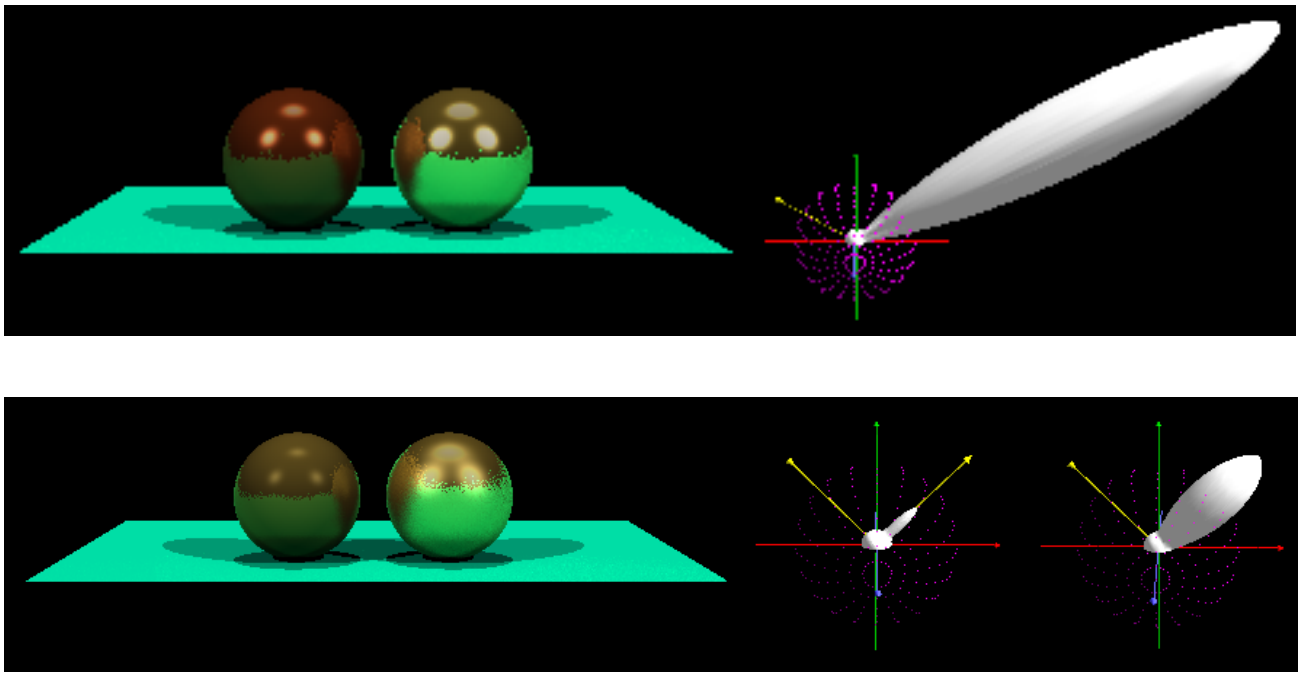
Obrázek 47: Lambertův model - povrchy válce, koule a krychle ozařované jedním směrovým zdrojem světla a vizualizace osvětlovacího modelu pro úhel dopadu 45° s jednotkovou koulí, vyznačující maximální odraz (fialové tečky).



Obrázek 48: Klasický Phongův model - povrchy kuželu a koule ozařované jedním směrovým zdrojem světla a vizualizace osvětlovacího modelu pro úhly dopadu 20°, 45° a 75°. Na horním obrázku má Phongův model povrchů těles ostrost obrazu $n = 20$, na spodním je $n = 200$.



Obrázek 49: Lewisova úprava Phongova modelu - povrchy vlnitého plechu, kuželu a koule a vizualizace BRDF pro úhly dopadu 20°, 45° a 75°. Na horním obrázku má model povrchů těles ostrost obrazu $n = 20$, na spodním je $n = 200$. Povrchy jsou ozařovány π-krát silnějším směrovým zdrojem světla, než u Phongova modelu.



Obrázek 50: Dvě koule v modelu Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos. Na horním obrázku mají obě koule index lomu $\mu = 300$ a u levé koule je ostrost obrazu $n = 50$, u pravá koule je $n = 40$. Vyobrazená je BRDF pravé. Na spodním obrázku má levá koule parametry $\mu = 1,7$ a $n = 40$, pravá koule má parametry $\mu = 300$ a $n = 10$. K nim příslušné BRDF pro úhel dopadu 45° jsou v pravé polovině obrázku.

6.2.5 Torrance a Sparrow, Blinn

Vlastnosti modelu:

[+] Rychlý model.

[+] Pro velké úhly dopadu není množství odraženého světla nejvyšší ve směru úhlu odrazu, ale více se přimyká k povrchu.

[-] Nesplňuje podmínky uvedené v sekci 3.1.1.

[-] Není možné určit hustotu pravděpodobnosti a proto se zcela nehodí pro Monte Carlo metody.

Tento model je rovněž určen pro kovové povrchy. Na obrázku 51 je znázorněn vliv parametrů modelu na tvar BRDF. Index lomu μ ovlivňuje zejména délku BRDF laloku, směrodatná odchylka σ působí jak na šířku, tak na délku laloku.

Blinnova modifikace se liší zejména rychlostí vykreslování, vizuální dojem je velmi podobný.

6.2.6 Oren a Nayar

Vlastnosti modelu:

[+] Jediný model umožňující vytvářet nelambertské povrchy.

[+] Splňuje podmínky uvedené v sekci 3.1.1, není-li použit v kombinaci s Blinnovým modelem (což v praxi bývá).

[-] Není možné určit hustotu pravděpodobnosti a proto se nehodí pro Monte Carlo metody.

[-] Časově náročnější.

Jak je patrné z obrázku 52, model umožňuje vytvářet difúzní povrchy, které působí výrazně plochým dojmem. Aby byl efekt dobře patrný, byla koule osvětlována zdrojem o intenzitě π. Tento model je velmi vhodný pro modelování keramiky, tkanin, kůže a řady dalších povrchů, které vykazují tento efekt.

6.2.7 Shirley, Hu, Smits, Lafortune

Tento model je velmi vhodný pro modely s leštěným povrchem. Na obrázku 53 je znázorněn vliv parametrů BRDF modelu, v rozmezí doporučeném autory modelu, na výsledný obraz spolu s odpovídajícími vizualizacemi BRDF. Jak je patrné, model si zachovává převážně difúzní charakter odrazu, zrcadlová složka se začíná prosazovat až od úhlu dopadu světla 70°. Pomocí tohoto modelu byla například vytvořena podlaha na obrázcích 42 a 54.

6.2.8 Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models

Vlastnosti modelu:

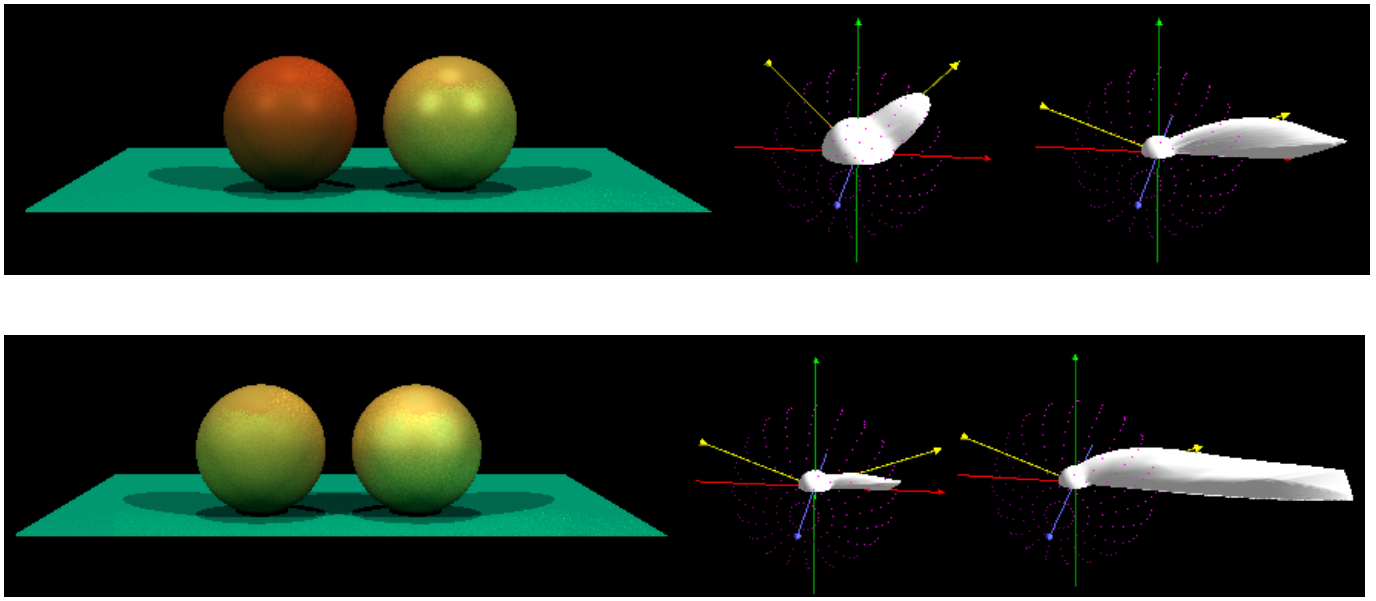
[+] Velká škála typů anizotropie v závislosti na nastavení parametrů.

[+] Materiál skládající se z plnohodnotných vrstev, kdy pro každou je možné nezávisle nastavit vlastnosti.

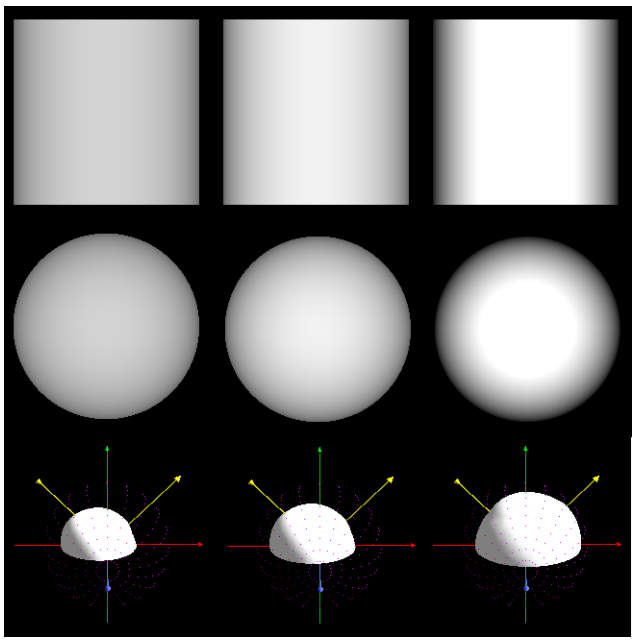
[+] Vhodný pro Monte Carlo metody.

[-] Pomalý (většina faktorů je aproximací modelu Torrance a Sparrow, ale komplikovaný výpočet je prováděn pro obě vrstvy materiálu).

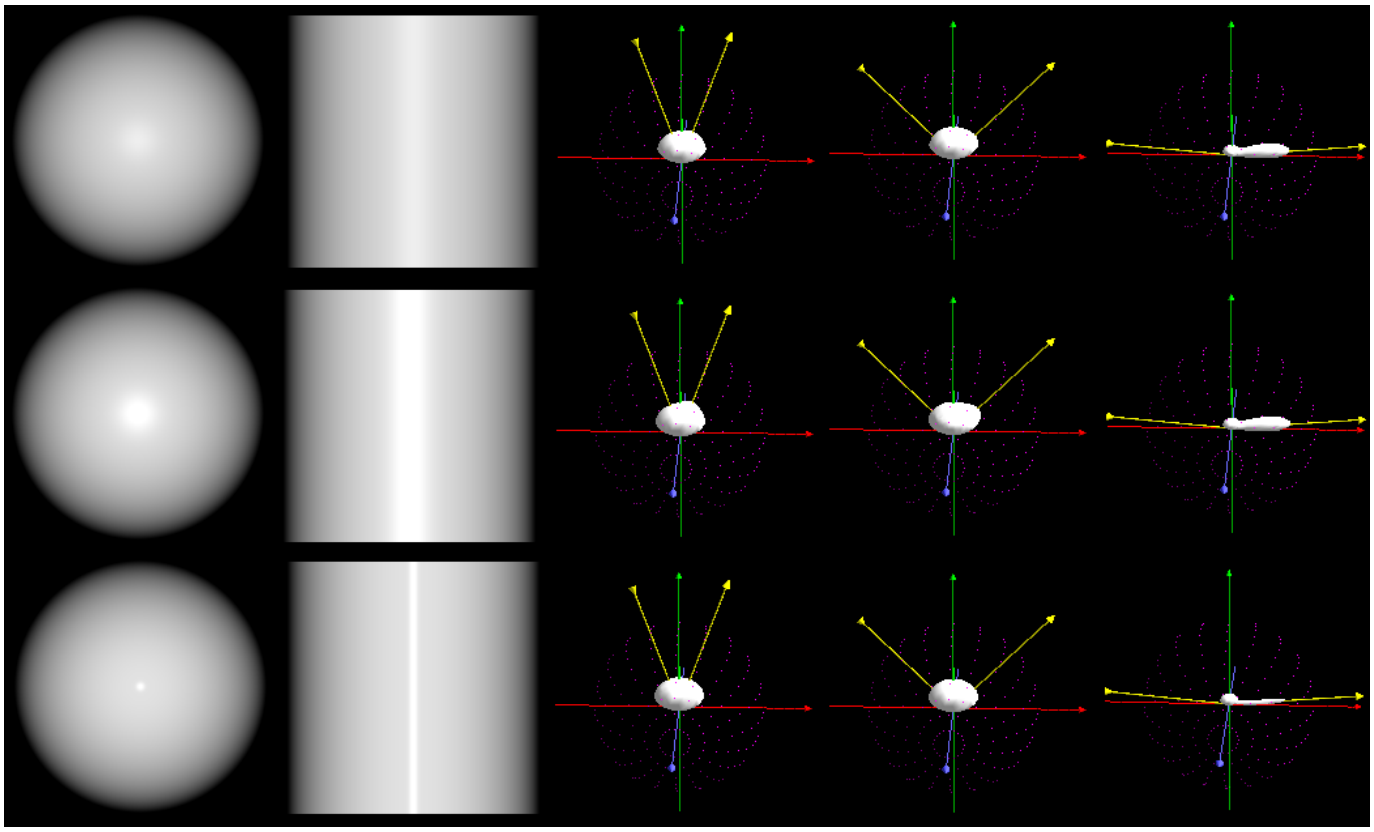
Model je možné přimět i k celkem zajímavým efektům (viz. obrázek 56). Umožňuje dosáhnout řady druhů anizotropie, je vhodný jak pro modelování kovů, tak plastů, pouze vyžaduje hodně osvětlenou scénu, aby vynikl.



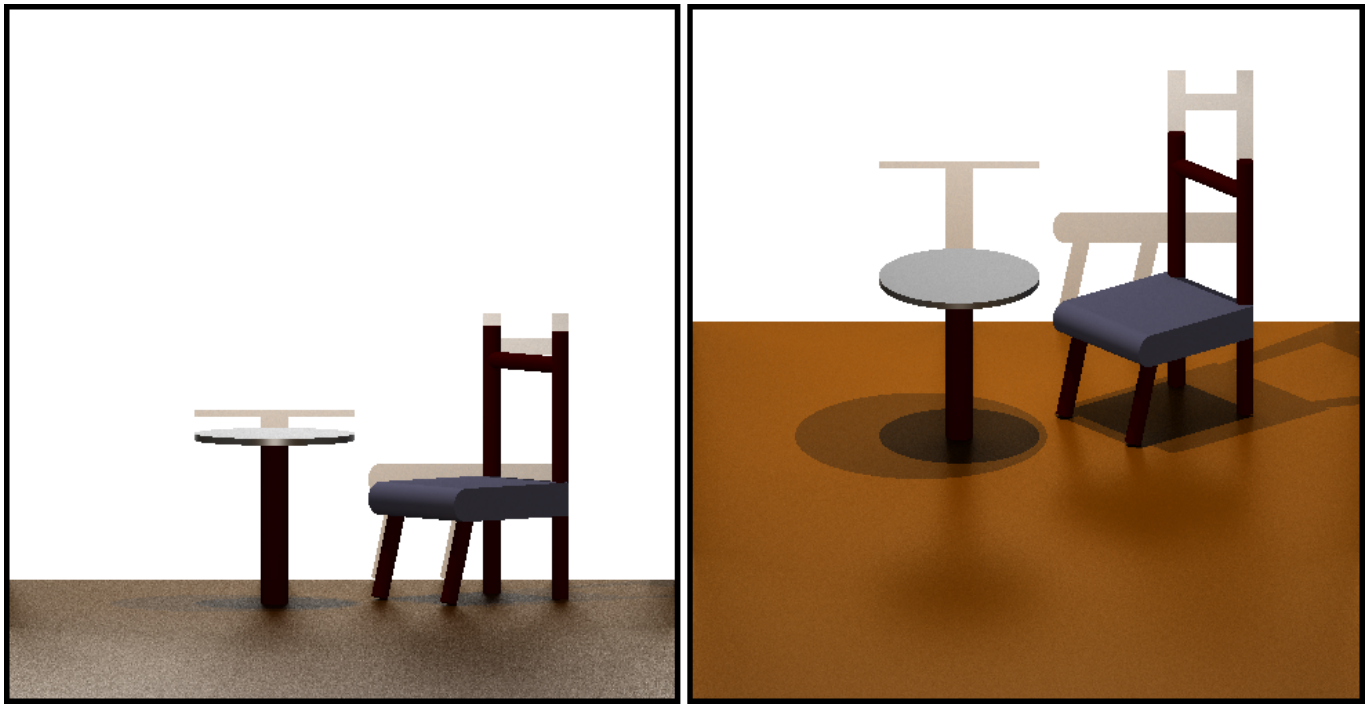
Obrázek 51: Dvě koule v modelu Torrance a Sparrow. Na horním obrázku mají modely obou koulí parametry: index lomu $\mu = 20$, směrodatná odchylka $\sigma = 6$. Vyobrazena je BRDF pravé z nich pro úhly dopadu 45° a 75°. Na spodním obrázku levá koule má parametry: $\mu = 2$, $\sigma = 6$, pravá koule má parametry:$\mu = 20$, $\sigma = 3$. Odpovídající BRDF pro úhel dopadu 75° jsou znázorněné v pravé polovině obrázku. Při každém zásahu tělesa paprskem bylo do scény vysláno 50 druhotných paprsků.



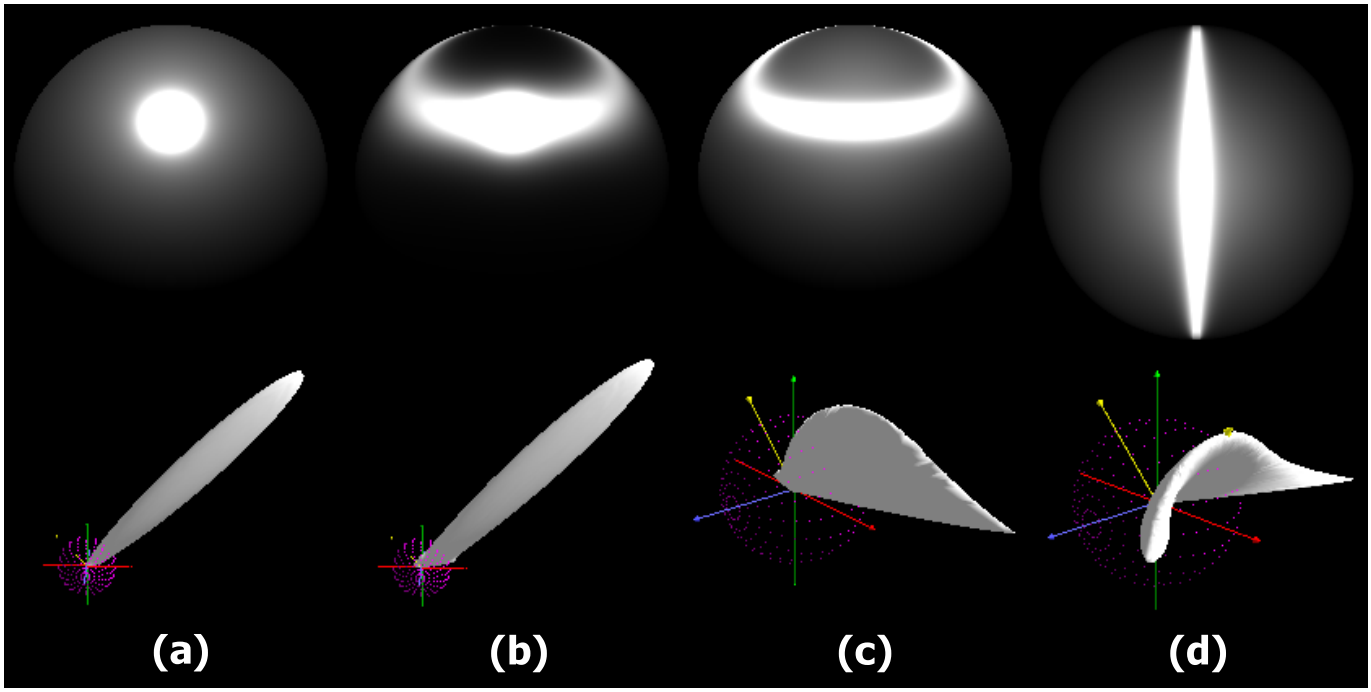
Obrázek 52: Oren a Nayar - vliv směrodatné odchylky na vjem ze zakřivení tělesa. U všech vykreslených těles bylo zvoleno albedo plošky povrchu $\rho = 1$ a pro směrodatnou odchylku byly postupně použity hodnoty: $\sigma = 1,54; 0,75$ a $0,0$.



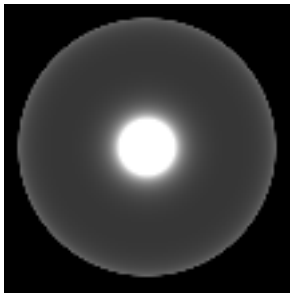
Obrázek 53: Shirley, Hu, Smits, Lafortune - vliv nastavení parametrů modelu na odraz světla. Na obrázku jsou zachyceny povrchy koule a válce osvětlené jedním směrovým zdrojem světla o intenzitě 2,5 a BRDF pro úhly dopadu 20°, 45° a 85°. Parametry BRDF jsou: horní část obrázku - Fresnelův faktor pro nulový úhel dopadu $F(0) = 0,03$, ostrost obrazu $n = 20$; prostřední část obrázku - $F(0) = 0,06$, $n = 20$; spodní část obrázku - $F(0) = 0,06$, $n = 200$.



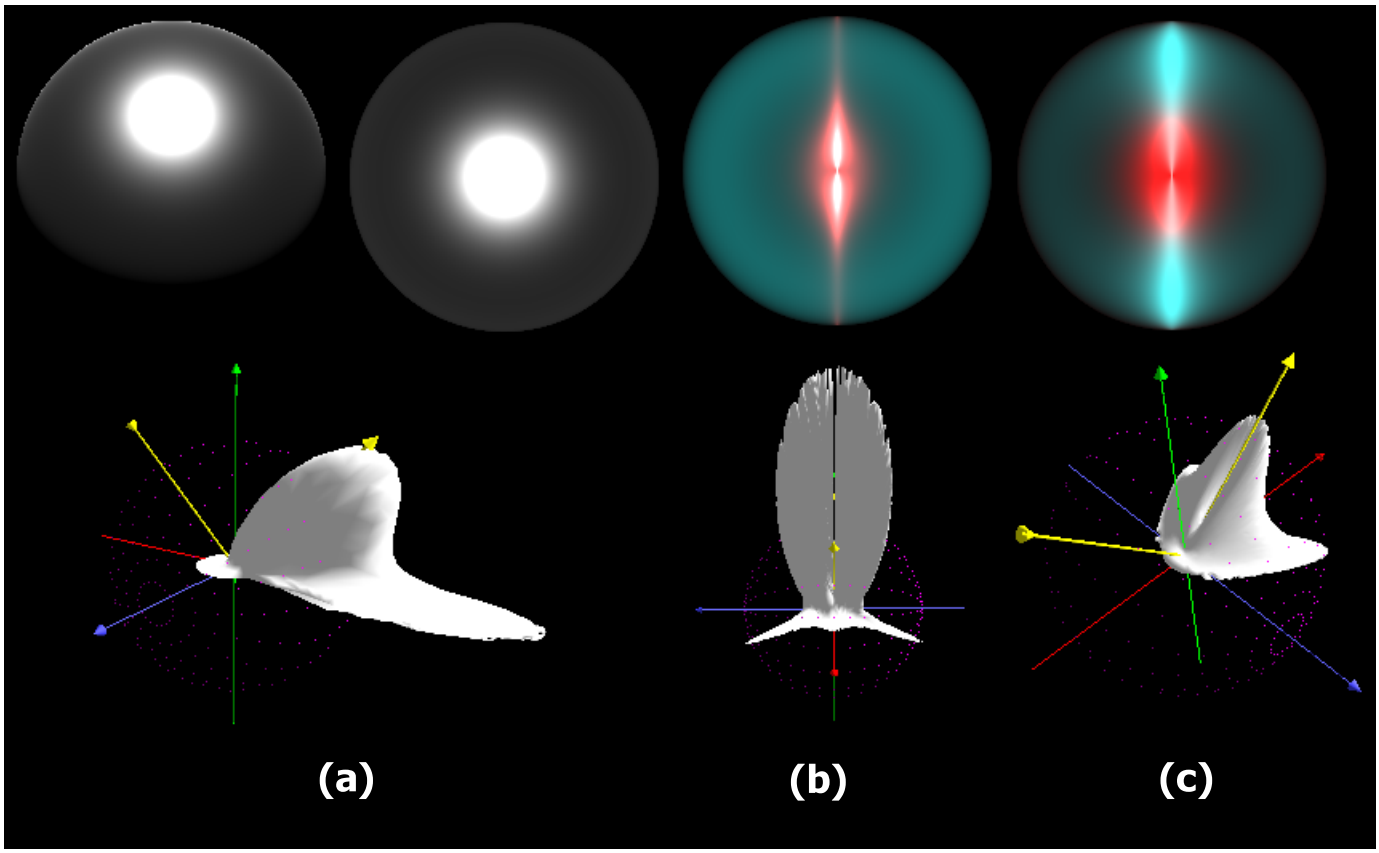
Obrázek 54: Kout se stolem a židlí pro úhly dopadu 86° a 60° vztažené k normále podlahy. Podlaha je vytvořena z materiálu s BRDF Shirley, Hu, Smits, Lafortune ($F(0) = 0,06$, $n = 200$), dřevěné části z materiálu s BRDF Oren, Nayar, Blinn (Oren, Nayar:$\rho = 0,97$, $\sigma = 0,59$; Blinn: $\mu = 0,75$, $\sigma = 0,1$), sedák z materiálu s BRDF Oren, Nayar, Blinn (Oren, Nayar:$\rho = 0,58$, $\sigma = 0,27$; Blinn: $\mu = 0,75$, $\sigma = 0,6$), kovová deska stolu z materiálu s BRDF Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos ($\mu = 3$ a $n = 20$). Stěna je vytvořena pomocí Phongova osvětlovacího modelu ($n = 200$). Počet vzorků vyslaných při každém zásahu tělesa paprskem je 100.



Obrázek 55: Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) hrubost difúzní vrstvy materiálu ve směru tangenty povrchu $m_d = 0,7$, hrubost difúzní vrstvy materiálu ve směru kolmém na tangentu povrchu $n_d = 0,7$, hrubost zrcadlové vrstvy materiálu ve směru tangenty povrchu $m_z = 0,1$, hrubost zrcadlové vrstvy materiálu ve směru kolmém na tangentu povrchu $n_z = 0,1$; (b) $m_d = 0,7$, $n_d = 0,2$, $m_z = 0,1$, $n_z = 0,1$; (c) $m_d = 0,7$, $n_d = 0,7$, $m_z = 0,5$, $n_z = 0,1$; (d) $m_d = 0,7$, $n_d = 0,7$, $m_z = 0,1$, $n_z = 0,7$.



Obrázek 56: Schlick - A Survey of Shading and Reflectance Models, zrcadlová vrstva má hrubost $m_z = n_z = 0,9$ a difúzní $m_d = n_d = 0,1$.



Obrázek 57: Schlick - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) hrubost difúzní vrstvy povrchu $r_d = 1$, izotropie difúzní vrstvy povrchu $p_d = 1$, hrubost zrcadlové vrstvy povrchu $r_z = 0,1$, izotropie zrcadlové vrstvy povrchu $p_z = 1$; (b) $r_d = 0,79$, $p_d = 1$, $r_z = 0,06$, $p_z = 0,08$; (c) $r_d = 0,79$, $p_d = 0.2$, $r_z = 0,1$, $p_z = 0,3$. Povrchy jsou ozářeny zdrojem o intenzitě π.

6.2.9 Schlick - A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering

Vlastnosti modelu:

[+] Světlo pohlcené odrazy mezi ploškami povrchu je vyzařováno zpět.

[+] Anizotropní.

[+] Dvě plnohodnotné vrstvy povrchu, na rozdíl od předchozího Schlickova modelu vzájemně provázané (difúzní vrstva může odrážet pouze ty složky světla, které propouští zrcadlová vrstva).

[+] Možnost vytvářet leštěné povrchy.

[+] I přes provázanost vrstev snadný způsob nastavování barev.

[+] Vhodný pro Monte Carlo metody.

Na obrázku 57 je vidět rozštěpení BRDF, což je reálný jev, ale málo modelů ho podporuje. Je otázkou správnost výrazného kruhu vznikajícího kolem koule, který vzniká vyzařováním světla pohlceného při odrazech mezi ploškami povrchu.

Model je použitelný pro širokou škálu materiálů, včetně leštěných povrchů (viz. podlaha v obrázku 58).

6.2.10 Ward

Vlastnosti modelu:

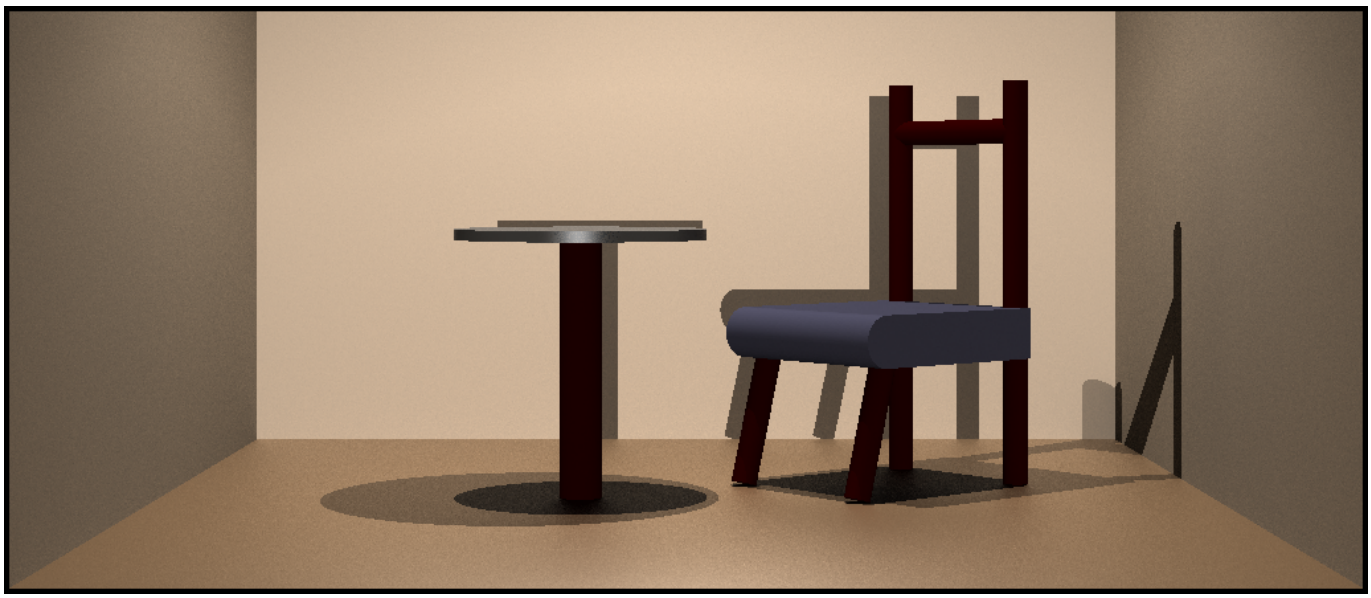
[+] Jednoduchost.

[+] Rychlost.

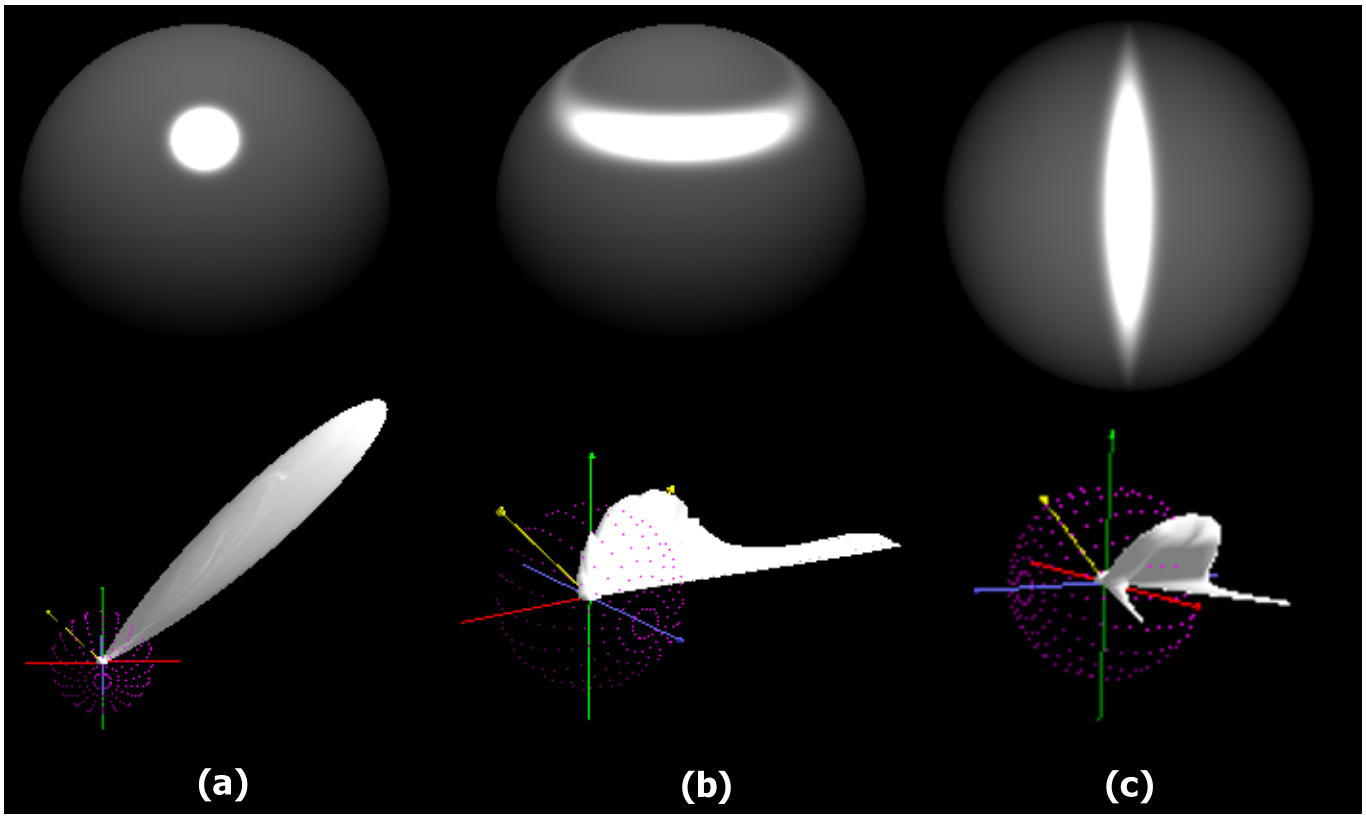
[+] Anizotropie.

[+] Vhodný Monte Carlo metody.

Model je použitelný pro řadu materiálů, protože byl vytvářen s cílem jednoduše uchovávat data o reálných površích naměřená gonioreflektometrem. Některé z nich jsou uvedena v příloze A. Protože splňuje podmínky uvedené v sekci 3.1.1, je scéna vytvořená pomocí tohoto modelu poměrně tmavá (koule na obrázku 59 byly osvětlovány zdrojem o intenzitě π), ale jak je patrné z obrázku 46, zachovává více světla ve scéně, než modely odvozené od Lewisovy modifikace Phongova modelu. Jeho hlavní předností je rychlost.



Obrázek 58: Schlick - kout se stolem a židlí (vykresleno s 50 vzorky na zásah povrchu). S výjimkou podlahy jsou všechna nastavení parametrů stejná, jako u obrázku 54, podlaha má parametry: hrubost difúzní vrstvy povrchu $r_d = 0,52$, izotropie difúzní vrstvy povrchu $p_d = 1$, hrubost zrcadlové vrstvy povrchu $r_z = 0,1$, izotropie zrcadlové vrstvy povrchu $p_z = 1$.



Obrázek 59: Ward, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) směrodatná odchylka ve směru tečny povrchu $a_x = 0,1$, směrodatná odchylka ve směru kolmém na tečnu povrchu $a_y = 0,1$; (b) $a_x = 0,5$, $a_y = 0,1$; (c) $a_x = 0,1$, $a_y = 0,5$. Povrchy jsou ozářeny zdrojem o intenzitě π.

6.2.11 Ashikhmin, Shirley

Vlastnosti modelu:

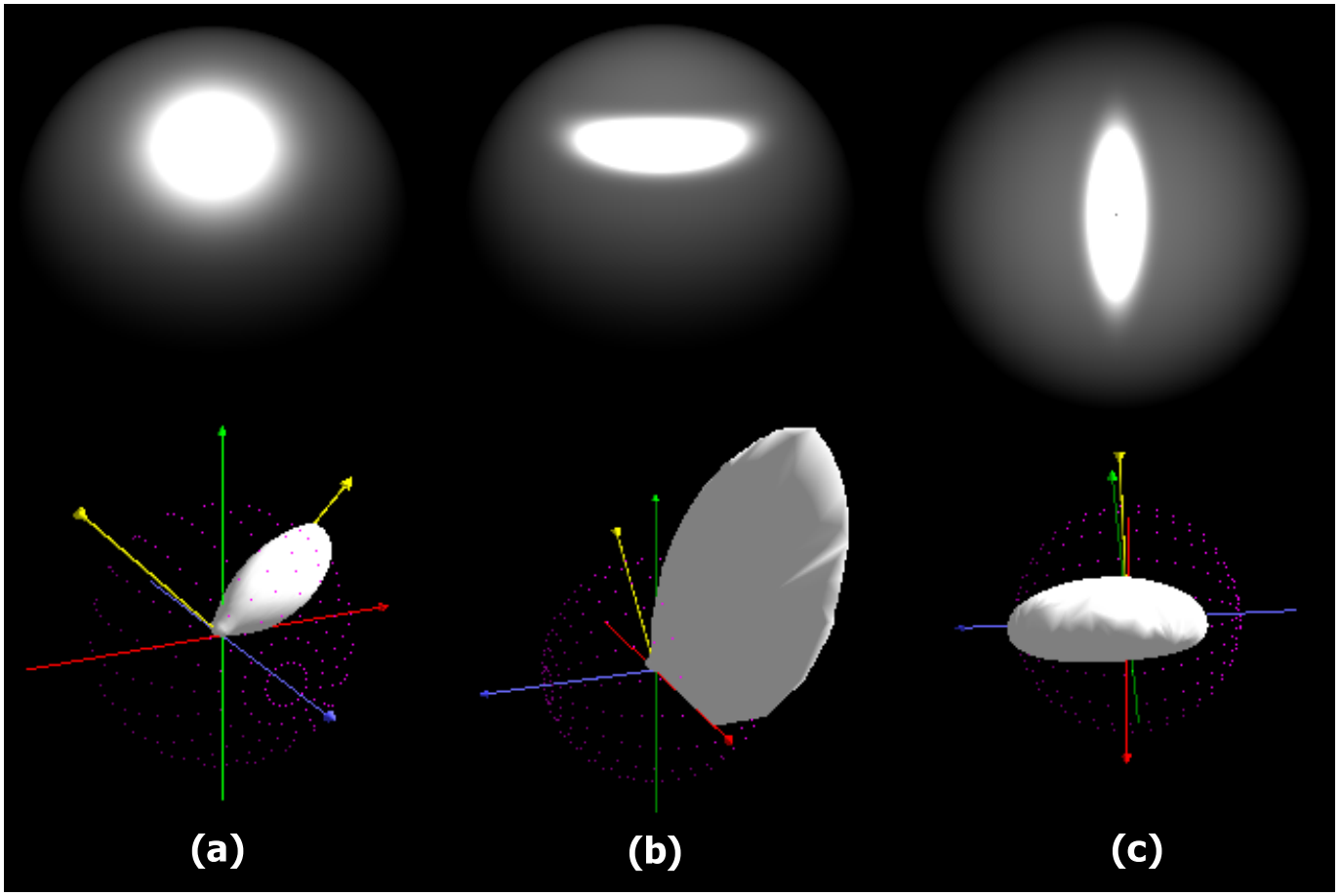
[+] Anizotropní.

[+] Možnost vytvářet leštěné povrchy.

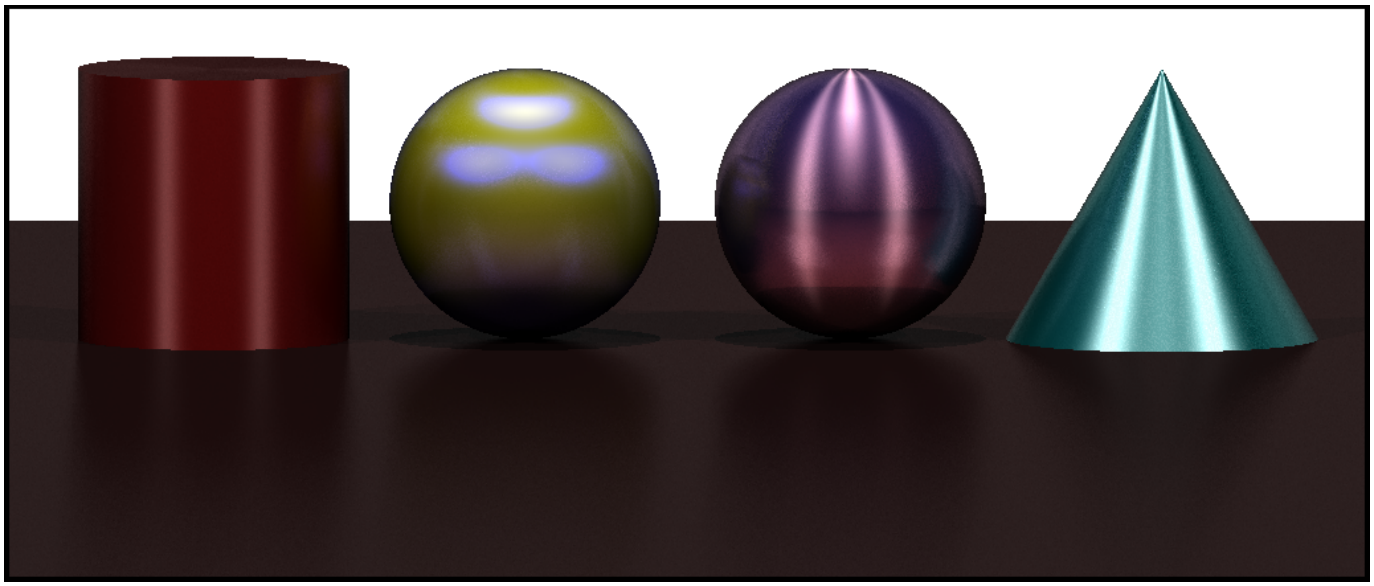
[+] Vhodný pro Monte Carlo metody.

[-] Méně intuitivní nastavování barev.

Autoři modelu při jeho tvorbě čerpali poznatky z prací Blinna, Warda, Schlicka a kolektivů Neumann, Neumann, Szirmay-Kalos a Shirley, Hu, Smits, Lafortune. Proto model umožňuje vytvářet řadu materiálů, zejména pak kovové a lesklé povrchy (viz. obrázek 61). Trochu problematické je u něj nastavování barev, protože světlo je nejdříve odráženo zrcadlovou vrstvou a teprve zbytek je odrážen difúzní vrstvou, ale oproti Schlickovu modelu zde nemáme možnost difúzní vrstvu příliš ovlivnit parametry.



Obrázek 60: Ashikhmin, Shirley, různé projevy anizotropie. Nastavení parametrů je: (a) ostrost obrazu ve směru tečny povrchu $n_x = 20$, ostrost obrazu ve směru kolmice k tečně povrchu $n_y = 20$; (b) $n_x = 200$, $n_y = 20$; (c) $n_x = 200$, $n_y = 20$.



Obrázek 61: Ashikhmin, Shirley - anizotropní odraz na povrchu válce, dvou koulí a kuželu. Nastavení parametrů je: válec - $n_x = 200$, $n_y = 20$; levá koule - $n_x = 20$, $n_y = 100$; pravá koule - $n_x = 200$, $n_y = 1$; kužel - $n_x = 100$, $n_y = 20$; podložka -$n_x = 500$, $n_y = 500$. Pozadí bylo vytvořeno pomocí Phongova modelu ($n = 200$).

7 Závěr

Cílem této práce bylo popsat nejčastěji používané osvětlovací modely, pakliže je to možné, pomocí BRDF a vytvořit jejich knihovnu.

Aby bylo možné si porovnat chování implementovaných modelů a zjistit dopad nastavení jejich jednotlivých parametrů na tvar BRDF i vizuální dopad na obraz scény, byla nad knihovnou implementována aplikace, která umožňuje si chování vybraného modelu prohlédnout v jednoduché scéně a interaktivně měnit parametry modelu.

Práce podrobně popisuje 15 modelů, přičemž Blinnův model je pro malou odlišnost zahrnut v části věnující se modelu Torrance a Sparrow. Z uvedených 15 modelů bylo 12 modelů implementováno.

Knihovna je snadno rozšiřitelná, proto by do budoucna bylo možné tuto práci rozšířit popisem a implementací dalších modelů.

Reference

[1] P. S. Shirley. Physically based lighting calculations for computer graphics. B.A., Reed College, 1985

[2] Encyklopedie Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_equations

[3] K. E. Torrance, E. M. Sparrow. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. Journal of optical society of America 57,9, 1967

[4] C. Schlick. A fast alternative to Phong's specular model. Graphics Gems IV (P. Heckbert Editor), Academic Press, 1994

[5] C. Schlick. An inexpensive BRDF model for physically-based rendering. C.Computer graphics forum 13,3, 233-246, 1994

[6] C. Schlick. A customizable reflectance model for everyday rendering. Proceedings of the Fourth Eurographics workshop on rendering, 73-84, 1993

[7] C. Schlick. A survey of shading and reflectance models. Computer Graphics forum, v.13, 121-132, 1994

[8] J. Arvo, M. Fajardo, P. Hanrahan, H. W. Jensen, D. Mitchell, M. Pharr, P. Shirley. State of the Art in Monte Carlo Ray Tracing for Realistic Image Synthesis. Sigraph Course 29, 2001

[9] J. Hendrich. Algoritmy globálního osvětlování. Diplomová práce na ČVUT, FEL, 2003

[10] V. Rogalewicz. Pravděpodobnost a statistika pro inženýry. Vydavatelství ČVUT, 2000

[11] E. Veach. Robust Monte Carlo methods for light transport simulation. Stanford university, 1997

[12] P. Shirley, H. Hu, B. Smits, E. P. F. Lafortune. A practioners' assessment of light reflection models. Pacific graphics, 40-49, 1997

[13] M. Oren, S. K. Nayar. Generalization of lambert's reflectance model. Proceedings of Siggraph, 1994

[14] E. P. F. Lafortune, Y. D. Willems. Using the modified phong BRDF for physically based rendering. Tech rep. CW197, Computer science dep. K.U.Leuven, 1994

[15] J. S. Gondek, G. W. Meyer, J. G. Newman. Wavelength dependent reflectance functions. Proceedings of Siggraph, 24-29, 1994

[16] B. T. Phong. Illumination for computer generated images. Communications of the ACM 18,6, 311-317, 1975

[17] M. Ashikhmin, P. Shirley. An anisotropic Phong Model. Journal of Graphics Tools, 2000; Stránka Michaela Ashikhmina: http://www.cs.sunysb.edu/~ash/

[18] J. Kajiya. Anisotropic reflectance models. Proceedings of Siggraph, 1985; Computer graphics 13, 3, 15-21, 1985; ACM computer graphics, SG pp. 175-186, 1991

[19] X. D. He, K. E. Torrence, F. X. Sillion, D. P. Greenberg. A comprehensive physical model for light reflection; Computer graphics 25,4 175-186, 1991. ACM Siggraph conference proceedings, 1991

[20] P. Poulin, A. Fournier. A model for anisotropic reflection. Computer graphics 24,3, 267-282, 1990; Siggraph proceedings, 1990

[21]]B. Cabral, N. Max, R. Sprigmeyer. Bidirectional reflectance functions from surface bump maps. Computer graphics 21,4 , 273-282, 1987; ACM Siggraph Conferenceproceedings, 1987

[22] P. Hanrahan, W. Krueger. Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering. SG, 1993. CG vol. 27, 159-169, 1993

[23] P. Schröder, W. Sweldens. Spherical wavelets: Efficiently representing functions on the sphere. Proceedings, 161-172, Los Angeles, California, 1995

[24] J.J. Koenderink, A.J. van Doorn, M. Stavridi. Bidirectional reflection distribution function expressed in terms of surface scattering modes. In European Conference on Computer Vision, 28-39, 1996.

[25] G. J. Ward. Measuring and modeling anisotropic reflection. Computer graphics 26,4, 265-272, 1992

[26] R. Lewis. Making shaders more physically plausible. Computer graphics forum, 13, 109-120, 1994

[27] L. Neumann, A. Neumann, L. Szirmay-Kalos. Compact metallic reflectance models. Eurographics vol. 18, num. 3, 1999

[28] P. Beckmann, A. Spizzichino. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. Archtech house inc., 2nd ed., 1987; MacMillan, 1-33, 70-98, 1963; Pergamon press 1963

[29] J. F. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. Computer graphics (proceesings of Siggraph 77) 11,2, 192-198, 1977

[30] B. G. Smith. Geometrical shadowing of a random rough surface. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, v15, n5, 1105-1114, 1967

[31] E. P. F. Lafortune, S. C. Foo, K. E. Torrance, D. P. Greenberg. Non-linear approximation of reflectance functions. Proceedings of Siggraph, 117-126, 1997

[32] Stránky Real-Time Rendering: http://www.realtimerendering.com

[33] T. Möller, B. Trumbore. Fast, minimum storage ray-triangle intersection. Journal of graphics tools, 2(1):21-28, 1997

A Ward - hodnoty pro vybrané materiály

Materiál	k_d	k_s	a_x	a_y
Válcovaná mosaz	0,10	0,33	0,05	0,16
Válcovaný hliník	0,10	0,21	0,04	0,09
Lehce broušený hliník	0,15	0,19	0,088	0,13
Lakovaná překližka	0,33	0,25	0,04	0,11
Smaltovaný kov	0,25	0,047	0,080	0,096
Natřený karton	0,19	0,043	0,076	0,085
Bílá keramická dlaždice	0,70	0,050	0,071	0,071
Lesklý šedý papír	0,29	0,083	0,082	0,082
Slonovinový plast	0,45	0,043	0,13	0,13
Plastový laminát	0,67	0,070	0,092	0,92

Tabulka 4: Ward: Hodnoty pro vybrané materiály (bez barev)